

Branko Karan, dipl. inž.<sup>1</sup>

Mr Milan Andjelić, dipl. inž.<sup>1</sup>

Petar Marijan, dipl. inž.<sup>2</sup>

Željko Brnčić, dipl. inž.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut Mihailo Pupin, Beograd, Volgina 15

<sup>2</sup>RIJEKA PROJEKT, Rijeka, Moše Albaharija 10a

PRIMER PRIMENE OPTIMIZACIONIH MODELA U PLANIRANJU  
SISTEMA ZA VODOSNABDEVANJE

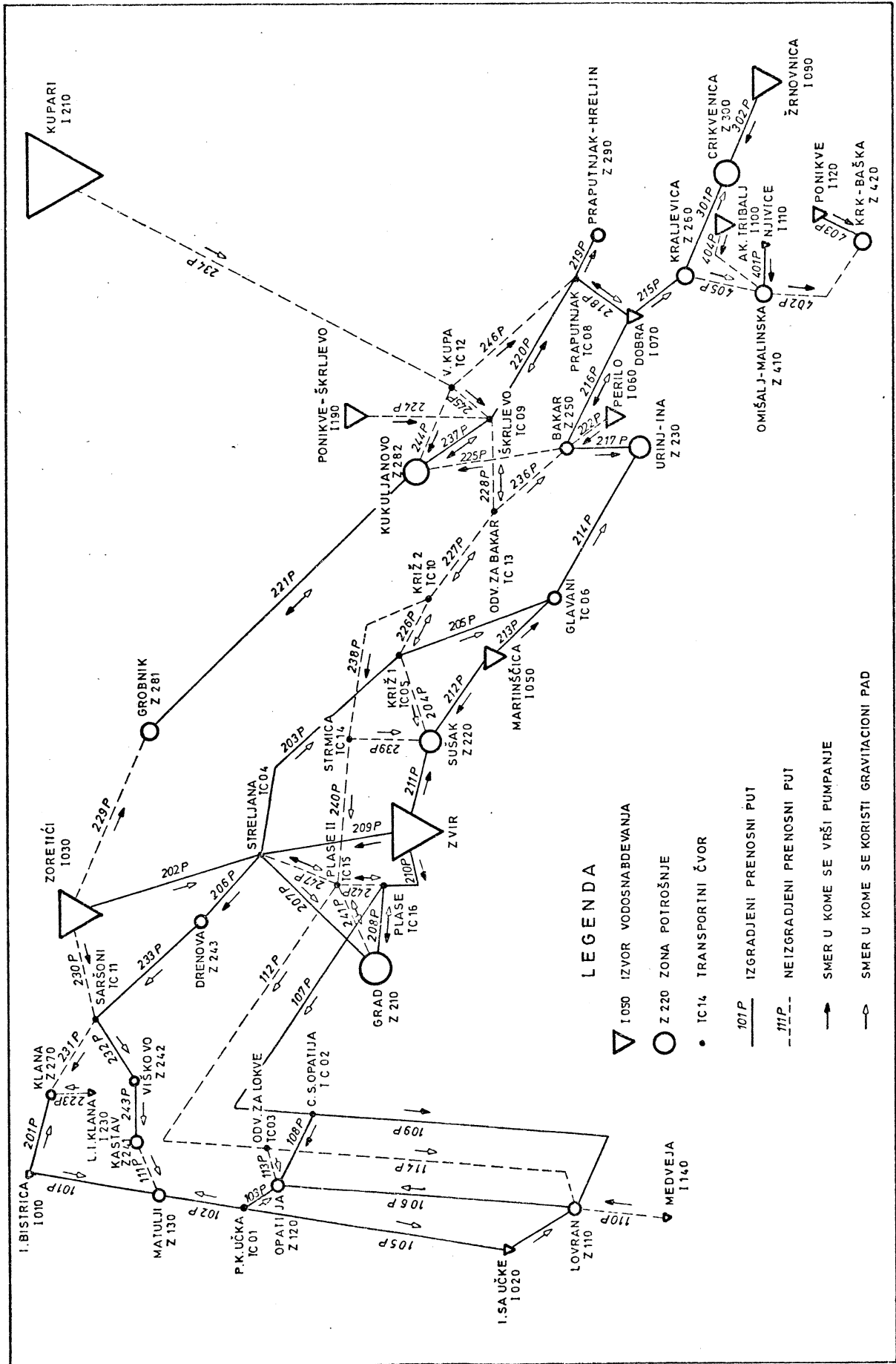
AN EXAMPLE OF OPTIMIZATION MODELS APPLICATION IN  
REGIONAL WATER SUPPLY SYSTEM PLANNING

SADRŽAJ - U radu je opisan statički nelinearni optimizacioni model namenjen za planiranje regionalnih sistema za vodosnabdevanje. Model je razvijen u okviru rada na studiji razvoja riječkog regionalnog sistema. Njegova glavna karakteristika je relativno visok nivo detaljnosti u opisivanju performansi sistema.

ABSTRACT - In this paper a static nonlinear optimization model designed for regional water supply systems planning is described. The model was developed during the Rijeka region supply system study. Its main characteristic is relatively high level of systems performance description.

## 1. UVOD

U planiranju regionalnih sistema za vodosnabdevanje za slučaj kada je broj potrošačkih zona i/ili broj potencijalnih alternativa isporuke vode veliki, efikasna analiza može se izvršiti samo uz primenu matematičkih modela zasnovanih na primeni računara. U slučaju kada je od primarnog interesa analiza dinamike razvoja sistema, primenom dinamičkih modela, npr./1/, može se obezbediti dobijanje optimalnog plana razvoja, pri čemu ovakav pristup zbog memorijskih ograničenja i potrebnog vremena izračunavanja po pravilu iziskuje da se moguće alternative prikažu u veoma pojednostavljenom obliku. Nasuprot tome, ako je cilj da se razvije detaljan



**LEGENDA**

- ▽ 1050 IZVOR VODOSNABDEVANJA
- Z 220 ZONA POTROŠNJE
- TC 14 TRANSPORTNI ČVOR
- 101P IZGRADJENI PRENOSNI PUT
- - - 111P NEIZGRADJENI PRENOSNI PUT
- SMER U KOME SE VRŠI PUMPANJE
- ← SMER U KOME SE KORISTI GRAVITACIONI PAD

VODOVODNA MREŽA SISTEMA ZA VODOSNABDEVANJE PODRUČJA RIJEKE

model koji obezbedjuje pouzdanije odredjivanje troškova u sistemu, zadovoljavajući rezultati mogu se postići korišćenjem statičkog modela. Iterativnom primenom u različitim planskim etapama razvoja sistema, statički model može se iskoristiti kao surogat dinamičkog modela, pri čemu se istovremeno obezbedjuje znatno više informacija /2/.

Razmatrani problem odnosi se na planiranje razvoja sistema za vodosnabdevanje opština Opatija, Rijeka, Crikvenica i Krk do 2015. godine. Potrošačke zone, mogući izvori vodosnabdevanja i magistralni postojeći i potencijalni prenosni putevi sistema prikazani su na slici 1. Obzirom da je glavni cilj analize ovog sistema bio da se u svakoj etapi razvoja detaljno odrede potrebni kapaciteti elemenata prenosne mreže (objekti vezani za uredjenje izvora vodosnabdevanja, tlačni i gravitacioni cevovodi, crpne stanice i postrojenja za prečišćavanje vode), za potrebe analize razvijen je statički optimizacioni model čiji opis je dat u daljem tekstu.

## 2. POSTAVKA PROBLEMA

Ako se sa  $I$  označe ukupni investicioni troškovi, sa  $0$  troškovi investicionog održavanja, sa  $V_m$  promenljivi troškovi energije za pumpanje i prečišćavanje vode, sa  $q_{zm}$  prosečni protoci obezbedjeni u sezoni  $m$ ,  $m = 1, \dots, M$  u zoni potrošnje  $z$ ,  $z \in A_z$  i sa  $w_{zm}$  težinski koeficijenti čiji će smisao biti objašnjen kasnije, onda se statički problem može formulirati kao:

$$\min T \equiv I + 0 + \sum_{m=1}^M V_m - \sum_{z \in A_z} \sum_{m=1}^M w_{zm} q_{zm} \quad (1)$$

uz skup uslova da (i) na svakom transportnom čvoru mreže  $t \in N_T$  i svakoj zoni potrošnje  $z \in A_z$  bude obezbedjena ravnoteža protoka u ulaznim  $A_{t+}$  ( $A_{z+}$ ) i izlaznim  $A_{t-}$  ( $A_{z-}$ ) granama i da (ii) ukupni dotok iz svih izvora vodosnabdevanja  $i \in A_I$  bude jednak ukupnom obezbedjenom protoku u svim zonama potrošnje  $z \in A_z$ :

$$\sum_{p \in A_{t+}} q_{pm} - \sum_{p \in A_{t-}} q_{pm} = 0 \quad t \in N_T, m = 1, \dots, M \quad (2)$$

$$\sum_{p \in A_{z+}} q_{pm} - \sum_{p \in A_{z-}} q_{pm} = q_{zm}, \quad z \in A_z, m = 1, \dots, M$$

$$\sum_{i \in A_I} q_{im} - \sum_{z \in A_z} q_{zm} = 0, \quad m = 1, \dots, M$$

i uz skup ograničenja na vrednosti dotoka  $q_{im}$  iz izvora  $i \in A_I$ , protoka  $q_{pm}$  kroz prenosne grane  $p \in A_P$  i obezbedjenih protoka  $q_{zm}$  u zonama potrošnje  $z \in A_Z$ :

$$Q_{im(0)}^{\min} \leq q_{im} \leq Q_{im(0)}^{\max} \quad , \quad i \in A_I, m = 1, \dots, M \quad (3)$$

$$Q_{p(0)}^{\min} \leq q_{pm} \leq Q_{p(0)}^{\max} \quad , \quad p \in A_P, m = 1, \dots, M$$

$$Q_{zm(0)}^{\min} \leq q_{zm} \leq Q_{zm(0)}^{\max} \quad , \quad z \in A_Z, m = 1, \dots, M$$

Težinski koeficijenti  $w_{zm}$  u kriterijumskoj funkciji (1) predstavljaju koeficijente isporuke vode i mogu se definisati kao maksimalne prihvatljive jedinične cene vode u odgovarajućoj zoni potrošnje. Definisanjem  $w_{zm}$  kao opadajuće funkcije obezbedjenog protoka  $q_{zm}$  može se postići približno ravnomeran stepen obezbedjenja  $q_{zm}/Q_{zm(0)}^{\max}$  u zonama  $z$  za koje su ukupne raspoložive količine vode  $Q_{im(0)}^{\max}$  manje od ukupnih potreba  $Q_{zm(0)}^{\max}$ .

U razradi optimizacionog problema (1) do (3) posebna pažnja posvećena je definisanju postupka za odredjivanje samih troškova rada sistema. Razmatrane kategorije troškova obuhvataju:

- *investicione troškove* koji se odnose na (i) objekte potrebne za proširenje kapaciteta izvora vodosnabdevanja, (ii) tlačne i (iii) gravitacione cevovode, (iv) crpne stanice i (v) postrojenja za prečišćavanje,
- *troškove investicionog odredjivanja* (i) objekata neposredno vezanih za korišćenje izvora, (ii) crpnih stanica i (iii) postrojenja za prečišćavanje, i
- *troškove energije* za (i) pumpanje i (ii) prečišćavanje vode.

### 3. INVESTICIONI TROŠKOVI I TROŠKOVI INVESTICIONOG ODRŽAVANJA

Investicioni troškovi  $I_x$  i troškovi investicionog održavanja  $O_x$  razmatranog elementa  $x$  prenosne mreže direktno zavise od potrebnog  $C_{xN}$  i postojećeg  $C_{x0}$  kapaciteta elementa. Uz pretpostavku da se kapacitet razmatranog elementa u potpunosti koristi, potrebni kapacitet  $C'_{xN}$  može se odrediti na osnovu potrebnih kapaciteta  $C'_{xm}$  u pojedinim sezonama:

$$C'_{xN} = \max_{m=1, \dots, M} \{C'_{xm}\} \quad (4)$$

Vrednosti kapaciteta  $C'_{xm}$  zavise od maksimalnih potrebnih protoka  $q_{(\cdot)m}^{\max}$  koji se mogu jednostavno odrediti na osnovu prosečnih protoka  $q_{(\cdot)m}$  ako se za svaku zonu potrošnje zada odnos  $q_{zm}^{\max}/q_{zm}$  maksimalnog  $q_{zm}^{\max}$  i prosečno potrebnog  $q_{zm}$  protoka u sezoni  $m$ .

Za slučaj da se posmatra kapacitet izvora  $i$ , ili kapacitet tlačnog/gravitacionog cevovoda koji obezbedjuje prenos vode kroz granu  $p$ , potrebni kapacitet  $C'_{xm}$  direktno odgovara maksimalnom protoku  $q_{im}^{\max}$ , odnosno  $q_{pm}^{\max}$  u sezoni  $m$ . U slučaju da se razmatra crpna stanica  $c$  ili postrojenje za prečišćavanje  $u$ , kao potrebni kapacitet  $C'_{xm}$  može se usvojiti maksimalna potrebna snaga  $p_{cm}^{\max}$ , odnosno  $p_{um}^{\max}$ :

$$p_{cm}^{\max} = \sum_{p \in A_c} p_{pm}^{\max} \approx \frac{g}{k_G} \sum_{p \in A_c} h_p q_{pm}^{\max}, \quad m = 1, \dots, M \quad (5a)$$

$$p_{um}^{\max} = F_{PU} \left( \sum_{p \in A_u} q_{pm}^{\max} \right), \quad m = 1, \dots, M \quad (5b)$$

pri čemu je  $A_c$ ,  $A_u$  skup grana u kojima se protok obezbedjuje delovanjem uređaja  $c$ , odnosno  $u$ ;  $p_{pm}^{\max}$  i  $q_{pm}^{\max}$  respektivno označavaju maksimalnu potrebnu snagu, odnosno protok u sezoni  $m$ , a  $h_p$  potrebnu visinu dizanja vode u grani  $p$ ; u aproksimativnom izrazu (5a)  $k_G$  predstavlja koeficijent gubitaka a  $g$  gravitacionu konstantu;  $F_{PU}$  predstavlja zavisnost potrebne snage postrojenja od protoka prečišćene vode.

Ako je potrebno izvršiti proširenje kapaciteta elementa  $x$  zbog toga što je  $C'_{xN} > C_{x0}$ , obično se u praksi nastoji da se pri proširenju ostvari maksimalni nominalni faktor korišćenja  $f_{xNOM}$  (npr. 2/3 za crpne stanice, čemu odgovara 16 sati rada dnevno), tako da se nezavisnim posmatranjem pojedinih elemenata mogu odrediti faktori korišćenja  $f'_{xN}$ :

$$f'_{xN} = \begin{cases} 1 & , \quad C_{x0}^{\max} \leq C'_{xN} \\ f_{xNOM} & , \quad C_{x0} < C'_{xN} < C_{x0}^{\max} \\ C'_{xN}/C_{x0} & , \quad C_{x0} \geq C'_{xN} \end{cases} \quad (6)$$

Za elemente kao što su postrojenja za pumpanje i tlačni cevovodi, za koje je neophodno obezbediti jednovremeni rad, potrebno je izvršiti korekciju faktora  $f'_{xN}$ . Najjednostavnija strategija je da se za zajednički faktor  $f'_{xN}$  elemenata koji moraju da rade istovremeno usvoji maksimalni  $f'_{xN}$ .

U tom slučaju potrebni kapacitet elementa  $x$  postaje:

$$C_{xN} = C'_{xN}/f_{xN} \quad (7)$$

tako da se potrebni investicioni troškovi  $I_x$  i troškovi investicionog održavanja  $O_x$  određuju kao:

$$I_x = F_{Ix}(C_{xN} - C_{x0}) \cdot \frac{d(1+d)^{n_x}}{(1+d)^{n_x} - 1} \quad (8)$$

$$O_x = F_{Ox}(C_{xN})$$

pri čemu je  $n_x$  vek amortizacije elementa, a  $d$  diskontna stopa.  $F_{Ix}$  i  $F_{Ox}$  u izrazima (8) predstavljaju funkcionalne zavisnosti investicionih troškova, odnosno troškova investicionog održavanja od potrebnog proširenja kapaciteta  $C_{xN} - C_{x0}$ , odnosno potrebnog kapaciteta  $C_{xN}$  elementa  $x$ .

#### 4. TROŠKOVI ENERGIJE

Prosečno potrebna snaga  $p_{cm}$  na crpnoj stanici  $c$  i prosečno potrebna snaga  $p_{um}$  postrojenja za prečišćavanje  $u$  u sezoni  $m$  mogu se odrediti korišćenjem izraza (5a-b) pri čemu se maksimalni protoci  $q_{pm}^{max}$  zamenjuju prosečno potrebnim protocima  $q_{pm}$ . Ako je  $p_{xm}$  prosečno potrebna snaga uredjaja  $x$ ,  $f_{xm}$  prosečni faktor korišćenja uredjaja  $u$  sezoni  $m$  ( $f_{xm} = p_{xm}/C_{xN}$ ),  $F_{Em}(f_{xm})$  funkcionalna zavisnost jedinične cene energije od prosečnog faktora korišćenja  $u$  sezoni  $m$  i  $k_m$  trajanje sezone  $m$ , ukupni troškovi energije  $V_{xm}$  elementa  $x$  u sezoni  $m$  određuju se na osnovu:

$$V_{xm} = k_m \cdot p_{xm} \cdot F_{Em}(f_{xm}) \quad (9)$$

#### 5. PRIMENJENI POSTUPAK ZA REŠAVANJE PROBLEMA

Jedinični troškovi prenosa vode do pojedinih potrošača mogu se eksplicitno iskazati ako se prethodno izvrši preslikavanje troškova  $I_x$ ,  $O_x$  i  $V_{xm}$  na prenosne puteve  $p \in A_I \cup A_p$  u kojima je za održavanje protoka potrebno neposredno korišćenje elementa  $x$  prenosne mreže. Pritom se troškovi koji se odnose na izvor vodosnabdevanja i neposredno pridružuju protocima  $u$  grani  $i$ ,  $i \in A_I$ , a troškovi potrebni za izgradnju tlačnih/gravitacionih cevovoda u grani  $p$  protocima  $u$  grani  $p$ ,  $p \in A_p$ ; troškovi vezani za izgradnju/rad crpne stanice  $c$ , odnosno postrojenja za prečišćavanje  $u$ , raspodeljuju se na grane  $A_c$ , odnosno  $A_u$  srazmerno snagama potrebnim za održavanje protoka (v. 5a-b).

Ako se dobijene vrednosti preslikanih troškova  $I_{xp}$ ,  $O_{xp}$  i  $V_{xpm}$  sumiraju po svim  $x$  i podele s odgovarajućim protocima u granama  $p$ ,  $p \in A_I \cup A_P$ , dobijaju se jedinični troškovi prenosa  $w_{Ip}$ ,  $w_{Op}$  i  $w_{Vpm}$ , tako da kriterijumska funkcija (1) dobija oblik:

$$T = \sum_{i \in A_I} \sum_{m=1}^M (w_{Ii} + w_{O_i}) q_{im} + \sum_{i \in A_P} \sum_{m=1}^M (w_{Ip} + w_{Op} + w_{Vpm}) q_{pm} - \sum_{z \in A_Z} \sum_{m=1}^M w_{zm} q_{zm} \quad (10)$$

U rešavanju problema (10), (2), (3) koristi se iterativni postupak u kome se polazi od rešenja  $q_{(\cdot)}^{(0)} = 0$  koje zadovoljava skup uslova (2). Na osnovu vrednosti  $q_{(\cdot)}^{(0)}$  izračunavaju se svi koeficijenti  $w_{(\cdot)}^{(0)}$  posle čega se primenom metode opisane u /3/ rešava linearizovani problem (10), (2), (3) u kome se koeficijenti  $w_{(\cdot)}^{(0)}$  održavaju konstantnim, tako da se dobija rešenje  $q_{(\cdot)}^{(1)}$ . Ako je relativna promena protoka dobijenih u  $k$ -toj iteraciji  $q_{(\cdot)}^{(k)}$  u odnosu na protoke  $q_{(\cdot)}^{(k-1)}$  manja od zadate relativne greške, procedura se zaustavlja. U suprotnom, vrši se redukcija dozvoljenog opsega promene protoka  $q_{(\cdot)}$ :

$$Q_{(\cdot)}^{\min}(k) = C_k \cdot q_{(\cdot)}^{(k)} + (1 - C_k) Q_{(\cdot)}^{\min}(k-1) \quad (11)$$

$$Q_{(\cdot)}^{\max}(k) = C_k q_{(\cdot)}^{(k)} + (1 - C_k) Q_{(\cdot)}^{\max}(k-1)$$

posle čega se ponovo rešava linearizovani problem u kome se koriste koeficijenti  $w_{(\cdot)}^{(k)}$  izračunati na osnovu protoka  $q_{(\cdot)}^{(k)}$ .

Iako opisana procedura u opštem slučaju ne garantuje nalaženje globalnog optimuma, u praksi se mogu dobiti zadovoljavajući rezultati pogodnim izborom vrednosti  $C_k$  u izrazima (11).

#### ZAKLJUČAK

Opisani model može se uspešno primeniti u rešavanju statičkog problema određivanja potrebnih kapaciteta prenosne mreže za slučaj kada su u svakom razmatranom periodu poznate raspoložive količine vode. Njegove glavne karakteristike su relativno visok nivo detaljnosti u određivanju troškova u sistemu i jednostavno formiranje ulaznih podataka potrebnih za korišćenje modela.

Programski kod izloženog modela još nije u potpunosti realizovan i sadašnja verzija programa omogućava analizu rada sistema uz pretpostavku da je režim rada nepromenljiv tokom cele godine. Medjutim, već dosadašnja iskustva pokazala su da bi bilo korisno da se opisani model proširi tako da se omogući:

- eksplicitno razmatranje različitih kategorija potrošača obzirom na različite prioritete obezbedjenja potrebnih protoka (u sadašnjem modelu razlikovanje pojedinih kategorija potrošača može se ostvariti pogodnim izborom koeficijenata isporuke  $w_{zm}$ ),
- jednostavnija analiza delovanja akumulacija namenjenih za vodosnabdevanje, npr. na način primenjen u /4/ (u sadašnjem modelu neophodno je unapred zadati raspoložive količine vode u svakom razmatranom periodu),
- jednostavna i brza analiza mogućih alternativa korišćenjem neke od poznatih metoda višekriterijumske optimizacije (npr. /5/).

## 7. LITERATURA

- /1/ Ž. Mitrović, REDIM - program za određivanje optimalnog plana razvoja vodoprivrednog sistema, Institut Mihailo Pupin, Beograd, 1979.
- /2/ T.C. Hughes, A generalized integer programming model for regional water supply planning, D. Yaron, C. S. Tapiero (ed.), Operations research in agriculture and water resources, str. 393-407, North-Holland, Amsterdam, 1980.
- /3/ B. Srdjević, KILTER - program za optimizaciju tokova u složenim mrežama, Institut Mihailo Pupin, Beograd, 1975.
- /4/ M. Andjelić, D. Radojević, B. Srdjević, SIMYLD-II(P) - program za planiranje sistema akumulacija, Institut Mihailo Pupin, Beograd, 1974.
- /5/ B. Karan, Interaktivni program za generisanje i analizu planskih alternativa složenih vodoprivrednih sistema, Zbornik radova XXVI konferencije ETAN, Jugoslovenski savez za ETAN, Beograd, 1982.