

Branko Karan  
Institut Mihailo Pupin  
Volgina 15, Beograd

INTERAKTIVNI PROGRAM ZA GENERISANJE I ANALIZU  
PLANSKIH ALTERNATIVA SLOZENIH VODOPRIVREDNIH SISTEMA

AN INTERACTIVE PROGRAM FOR GENERATING AND ANALYSIS  
OF COMPLEX WATER RESOURCES PLANNING ALTERNATIVES

SADRŽAJ - U radu je opisan računarski program namenjen za rešavanje problema višekriterijumskog odlučivanja u vodoprivrednom planiranju za slučaj kada su kriterijumske funkcije nelinearne i kada je domen dopustivih alternativa kompaktno. Generisanje neinferiornih alternativa ostvaruje se u programu korišćenjem metode  $\epsilon$ -ograničenja, dok se analiza mogućih alternativa i određivanje karakteristika željenog (preferentnog) plana ostvaruje putem iterativne procedure koja se zasniva na metodi pomoćnih koeficijenata razmene vrednosti kriterijuma. Glavne prednosti rada s programom ogledaju se u mogućnosti interaktivnog rada, jednostavnosti korišćenja programa i velikoj brzini generisanja neinferiornih planskih alternativa.

ABSTRACT - In this paper a computer program for solving multicriteria decision problems in water resources planning for the case of nonlinear criteria and compact domain of feasible alternatives is described. Generation of non-inferior alternatives is achieved using the method of  $\epsilon$ -constraints, while the analysis of feasible alternatives and determination of the preferred solution is performed via an iterative procedure based on the surrogate worth trade-off method. Main advantages of the program are its interactive capabilities, simplicity of use and high speed of generating the non-inferior planning alternatives.

## 1. UVOD

Vodoprivredni sistemi su po pravilu višenamenski. Osim toga, od konkretnog vodoprivrednog sistema obično se očekuje da omogući ispunjenje većeg broja, najčešće konfliktnih ciljeva vezanih napr. za zaštitu od poplava, iskorišćenje hidroenergetskog potencijala, obezbeđenje potrebnih količina vode za snabdevanje naselja, industrije i navodnjavanje poljoprivrednih površina, zaštitu kvaliteta vode, stvaranje uslova za razvoj turizma itd. Imajući u vidu da je u procesu planiranja vodoprivrednih sistema neophodno razmotriti uticaj velikog broja relevantnih parametara na postavljene ciljeve, sve je izraženija potreba za ko-

riščenjem računara i savremenih tehnika za efikasnu analizu mogućih alternativa i rešavanje problema izbora najpovoljnije konfiguracije sistema.

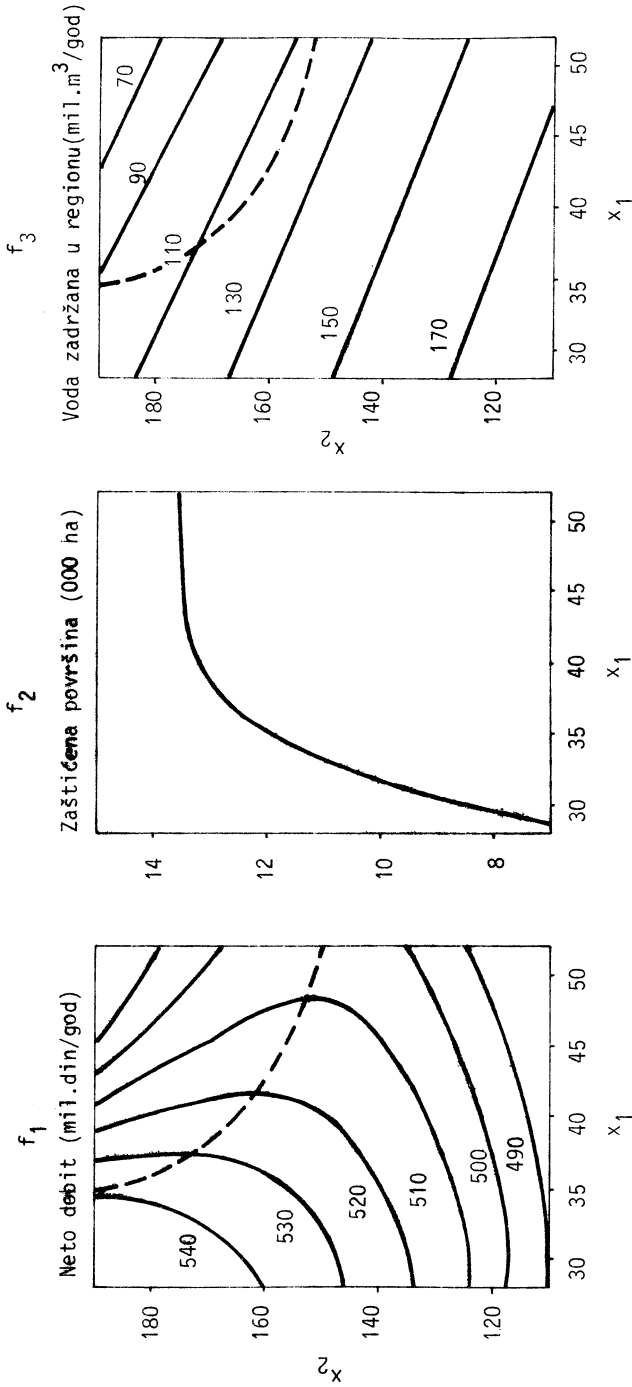
U opštem slučaju, problem višekriterijumske optimizacije, odnosno problem izbora najpovoljnije konfiguracije sistema u uslovima postojanja većeg broja postavljenih ciljeva, može se formulirati na sledeći način: odrediti vektor promenljivih odluka  $x = (x_1, \dots, x_n)$  iz domena dopustivih odluka  $D$  za koje će funkcija koristi  $U(f_1(x), \dots, f_m(x))$  biti maksimizirana, pri čemu je funkcija koristi  $U$  rastuća funkcija kriterijuma  $f_1, \dots, f_m$ . Kada bi funkcija  $U$  bila poznata, problem izbora najpovoljnije (preferentne) alternative sveo bi se na problem jednokriterijumske optimizacije. U suprotnom, u cilju odredjivanja preferentnog rešenja neophodno je prikupiti dopunske informacije o preferencama donosioca odluke.

I u slučaju kada preference donosioca odluke nisu poznate, moguće je odredjene alternative izostaviti iz daljeg razmatranja i samo su tzv. neinferiorna rešenja od posebnog interesa. Po definiciji, alternativa  $x^* \in D$  je neinferiorna ako i samo ako ne postoji druga alternativa  $x' \in D$  za koju bi vrednost bilo kog izabranog kriterijuma  $f_i(x')$  bila veća od  $f_i(x^*)$  pri čemu vrednosti ostalih kriterijuma  $f_j(x')$  ne bi bile manje od  $f_j(x^*)$ ,  $j = 1, \dots, i-1, i+1, \dots, m$ . Na taj način, problem višekriterijumske optimizacije predstavlja problem izbora preferentnog rešenja iz domena  $D' \subseteq D$  neinferiornih alternativa.

Tipičan problem višekriterijumske optimizacije u vodoprivredi javlja se kada je globalna struktura razmatranog sistema već usvojena i kada je cilj procesa odlučivanja utvrđivanje najpovoljnijih vrednosti elemenata sistema (dimenzije akumulacija, kapaciteti kanala i cevovoda itd.). Kao ilustracija može se navesti problem upravljanja sistemom akumulacija u delu sliva Zapadne Morave /1/; u ovom primeru su na osnovu definisanih ciljeva - povećanje nacionalnog dohotka, ubrzani razvoj regiona i zaštita životne sredine - formulirani sledeći kriterijumi kao mere ispunjenja odgovarajućih ciljeva:

- $f_1$  - godišnja garantovana neto dobit od vode isporučene iz sistema akumulacija za potrebe vodosnabdevanja,
- $f_2$  - godišnja garantovana količina vode zadržana u regionu za potrebe vodosnabdevanja,  $i$
- $f_3$  - ukupna površina zaštićena od poplava u delu sliva Zapadne Morave.

Kao rezultat niza simulacija razmatranog sistema dobijene su funkcionalne zavisnosti navedenih kriterijuma od vrednosti promenljivih odluka - ukupna zapremina akumulacija namenjena za odbranu od poplava ( $x_1$ ) i godišnja garantovana količina vode isporučena potrošačima izvan regiona ( $x_2$ ). Dobijeni rezultati prikazani su na slici 1, na kojoj je takodje označen domen neinferiornih alternati-



x<sub>1</sub> - zapremina namenjena za zaštitu od poplava (mil.m<sup>3</sup>)  
 x<sub>2</sub> - voda isporučena korisnicima van regiona (mil.m<sup>3</sup>/god)

SLIKA 1. PRIMER PROBLEMA VIŠEKRITERIJSKE OPTIMIZACIJE

va (područje ispod isprekidane linije).

Sa slike 1 vidi se da je za navedeni problem karakteristična izrazita nelinearnost kriterijumskih funkcija i postojanje beskonačnog broja neinferiornih alternativa. Program PLAN, opisan u ovom radu, namenjen je upravo za rešavanje ove klase problema. Generisanje neinferiornih alternativa ostvaruje se u programu pomoću metode  $\epsilon$ -ograničenja, dok se analiza neinferiornih alternativa i utvrđivanje preferentnog plana ostvaruje putem iterativne procedure koja se zasniva na metodi pomoćnih koeficijenata razmene vrednosti kriterijuma (surrogate worth trade-off method), predloženoj od strane Y.Y. Haimes-a /2/.

## 2. INTERAKTIVNA PROCEDURA ZA ODREĐJIVANJE PREFERENTNOG REŠENJA

Program PLAN razvijen je kao pomoćno sredstvo za pretraživanje skupa neinferiornih rešenja u skladu sa korisnikovim preferencama. U svakoj iteraciji program generiše neinferiorno rešenje  $x^k$ , posle čega se ostvaruje dijalog između programa i donosioca odluke. Tokom dijaloga prikupljaju se informacije o korisnikovim preferencama, koje se zatim koriste za generisanje novog neinferiornog rešenja. Iteracioni postupak se nastavlja sve dok se ne nadje preferentno rešenje ili neinferiorno rešenje najbliže neostvarljivom preferentnom rešenju.

Generisanje neinferiornih rešenja vrši se u programu rešavanjem nelinearnog optimizacionog problema:

$$\max f_1(x) \quad (1)$$

pri čemu je:  $f_i(x) \geq \epsilon_i$ ,  $i = 2, \dots, m$

$$x \in D$$

gde su  $\epsilon_i$ ,  $i = 2, \dots, m$  na odgovarajući način izabrane konstante koje se mogu definisati kao najniže zadovoljavajuće vrednosti odgovarajućih kriterijuma. Na taj način određivanje preferentnog rešenja pomoću programa PLAN formalno se svodi na određivanje konstanti  $\epsilon_i$  u sistemu ograničenja problema (1).

Utvrđivanje preferenci donosioca odluke ostvaruje se u programu pomoću pomoćnih koeficijenata razmene vrednosti kriterijuma /2 do 4/. Ako se posmatra proizvoljno neinferiorno rešenje  $x^*$  i ako se definiše granični koeficijent razmene vrednosti kriterijuma  $f_i$  i  $f_j$  u tački  $x^*$  kao  $\lambda_{ij} = - \left. \frac{\partial f_i}{\partial f_j} \right|_{x^*}$ , onda se po-

moćni koeficijent  $w_{ij}(f_1(x), \dots, f_m(x))$  razmene vrednosti kriterijuma  $f_i$  i  $f_j$  definiše kao procena donosioca odluke u kojoj meri je prihvatljiva razmena kriterijuma pri kojoj se kriterijum  $f_i$  smanjuje za  $\lambda_{ij}$  graničnih jedinica, a kriterijum  $f_j$  povećava za jednu graničnu jedinicu, pri čemu su date vrednosti svih kriterijuma  $f_1, \dots, f_m$  kojima odgovara granična vrednost razmene kriterijuma  $\lambda_{ij}$ . Za potrebe programa PLAN vrednosti pomoćnih koeficijenata  $w_{ij}$  definisane su na skali  $[-10, +10]$ , pri čemu pozitivne vrednosti odgovaraju spremnosti donosioca odluke da prihvati ponudjenu razmenu i obrnuto. Očigledno, ako su procene korisnika dovoljno pouzdane, preferentnom rešenju odgovaraće indiferentnost donosioca odluke prema razmeni kriterijuma za granične iznose, tako da će sve vrednosti pomoćnih koeficijenata  $w_{ij}$  biti jednake nuli. Osim toga, ako važi navedena pretpostavka o pouzdanosti procena korisnika, može se pokazati /3/ da su dovoljne vrednosti  $m - 1$  pomoćnih koeficijenata  $w_{ij}$  za detektovanje preferentnog rešenja, odnosno da se preferentno rešenje može odrediti rešavanjem sistema jednačina  $w_{1i} = 0, i = 2, \dots, m$ .

Pre početka rada sa programom PLAN neophodno je da se definišu:

- dozvoljeni opsezi promene  $[x_i^{\min}, x_i^{\max}]$  svih promenljivih odluka  $x_i, i = 1, \dots, n$ ;
- vrednosti kriterijumskih funkcija  $f_1, \dots, f_m$  i njihovih parcijalnih izvoda za sve vrednosti promenljivih odluka unutar dozvoljenog opsega;
- minimalne zadovoljavajuće vrednosti kriterijuma  $f_1^{\min}, \dots, f_m^{\min}$ .

Pre nego što se primeni iterativna procedura za odredjivanje preferentnog rešenja, neophodno je takodje da se definišu:

- rezolucija, odnosno zahtevana tačnost  $\Delta f_1^{\min}, \dots, \Delta f_m^{\min}$  u izračunavanju vrednosti kriterijuma;
- najmanji korak promene kriterijuma  $\Delta f_1, \dots, \Delta f_m$  za koji je moguće pouzdano razlikovati korisnikove preference prema graničnim razmenama vrednosti kriterijuma.

Iteracioni proces počinje odredjivanjem neinferiornog rešenja  $x^1$  koje se dobija rešavanjem optimizacionog problema:

$$\max f_1(x) \quad (2)$$

pri čemu je:  $f_i(x) \geq f_i^{\min}, i = 2, \dots, m$

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, i = 1, \dots, n$$

Dobijeno rešenje  $x^1$  koristi se kao polazno rešenje  $x^k$  u prvoj iteraciji. Izračunate vrednosti kriterijuma  $f_i^k$ ,  $i = 2, \dots, m$ , kao i vrednosti graničnih koeficijenata  $\lambda_{1i}^k$ ,  $i = 2, \dots, m$  ispisuju se na ekranu terminala i služe korisniku kao osnova za procenu pomoćnih koeficijenata razmene  $w_{1i}^k$ ,  $i = 2, \dots, m$  u tački koja odgovara polaznom rešenju (ukoliko su svi procenjeni pomoćni koeficijenti razmene jednaki nuli, preferentno rešenje je nadjeno i procedura se zaustavlja).

Opisani postupak u okviru koga se vrši procenjivanje pomoćnih koeficijenata razmene ponavlja se za ukupno  $m - 1$  neinferiornó rešenje u okolini polaznog rešenja, pri čemu se pomoćna rešenja  $x^{k(j)}$ ,  $j = 2, \dots, m$  dobijaju rešavanjem:

$$\max f_1(x) \quad (3)$$

$$\text{pri čemu je: } f_j(x) \geq f_j^k + \Delta f_j$$

$$f_i(x) \geq f_i^k, \quad i = 2, \dots, j-1, j+1, \dots, m$$

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, n$$

Dobijene procenjene vrednosti  $w_{1i}^{k(j)}$  omogućavaju da se izvrši linearna aproksimacija pomoćnih funkcija razmene  $w_{1i}$  u okolini polaznog neinferiornog rešenja i da se odredi rezultujuće rešenje kome odgovaraju vrednosti  $w_{1i}$  koje su najbliže nuli. U programu PLAN rezultujuće rešenje  $x^{k+1}$  određuje se rešavanjem:

$$\max \alpha \quad (4)$$

$$\text{pri čemu je: } f_i(x) \geq f_i^k + \alpha \Delta \epsilon_i, \quad i = 2, \dots, m$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

$$x \in D'$$

Vrednosti  $\Delta \epsilon_i$ ,  $i = 2, \dots, m$  dobijaju se kao rešenje linearnog optimizacionog problema:

$$\min \sum_{i=2}^m |w_{1i}|$$

$$\text{pri čemu je: } w_{1i} = w_{1i}^k + \sum_{j=2}^m \frac{w_{1i}^{k(j)} - w_{1i}^k}{f_i^{k(j)} - f_i^k} \Delta \epsilon_j, \quad i = 2, \dots, m$$

$$w_{1i} \begin{cases} \geq 0 & \text{ako je } w_{1i}^k \geq 0 \\ \leq 0 & \text{ako je } w_{1i}^k \leq 0 \end{cases}$$

Ako su sve razlike kriterijuma  $f_i^{k+1}$  koji odgovaraju rezultujućem rešenju i kriterijuma  $f_i^k$  koji odgovaraju polaznom rešenju manje ili jednake specificiranoj rezoluciji  $\Delta f_i^{\min}$ , iteracioni postupak se zaustavlja. U suprotnom, rešenje  $x^{k+1}$  se uzima kao novo polazno rešenje i iteracije se ponavljaju sve dok se ne dobije zadovoljavajuće rešenje.

U cilju ilustracije, u tabeli 1 dati su rezultati koji se mogu dobiti izvršenjem jedne iteracije u slučaju da se program PLAN primeni na problem upravljanja sistemom akumulacija u slivu Zapadne Morave, opisanom u uvodnom odeljku. U ovom primeru pretpostavljeno je da su minimalne zadovoljavajuće vrednosti kriterijuma  $f_1^{\min} = 490$ ,  $f_2^{\min} = 8$  i  $f_3^{\min} = 105$  i da su željeni koraci promene kriterijuma  $\Delta f_2 = \Delta f_3 = 1$ .

TABELA 1.

		$f_1$	$f_2$	$f_3$	$\lambda_{12}$	$\lambda_{13}$	$w_{12}$	$w_{13}$
Polazno rešenje	{	547.14	8.00	105.00	1.594	0.132	9	6
Pomoćna rešenja	{	545.53	9.00	105.00	1.690	0.135	6	5
		547.00	8.00	106.00	1.591	0.144	8	4
Rezultujuće rešenje	{	542.42	10.40	106.80	2.544	0.154		

Kao što se vidi iz tabele 1, u toku jedne iteracije neophodno je da se izvrši analiza ukupno tri neinferiorna rešenja. Za sva tri rešenja bilo je pretpostavljeno da je korisnik spreman da prihvati smanjenje kriterijuma  $f_1$  za  $\lambda_{12}$ , odnosno za  $\lambda_{13}$  jedinica u zamenu za povećanje kriterijuma  $f_2$ , odnosno  $f_3$  za jednu graničnu jedinicu; odgovarajuće korisnikove preference prema navedenim promenama date su u pretposlednjoj i poslednjoj koloni tabele. Obzirom da su sve procenjene vrednosti pomoćnih koeficijenata razmene  $w_{12}$  i  $w_{13}$  veće od nule, vrednosti kriterijuma  $f_2$  i  $f_3$  koje odgovaraju rezultujućem planu veće su u odnosu na odgovarajuće vrednosti za polazni plan.

## 3. ZAKLJUČAK

Zahvaljujući tome što je u programu PLAN primenjen iterativni postupak u odredjivanju preferentnog rešenja, korisniku programa omogućeno je da u svakom koraku iterativne procedure izvrši pregled dobijenih rezultata i da eventualno koriguje ranije date procene o prihvatljivosti pojedinih rešenja. Program je predvidjen za interaktivni rad čime je obezbedjena jednostavnija kontrola nad radom programa i brže dobijanje rezultata. Posebnu pogodnost u radu s programom pruža niz informacionih i dijagnostičkih poruka kojima je program opremljen, kao i sistem logičke kontrole koji onemogućuje prekid rada programa i uništenje ranije dobijenih rezultata usled sintaksne ili logičke greške koja može da nastupi tokom unošenja podataka.

Opisani program može se iskoristiti kao efikasno sredstvo u rešavanju problema višekriterijumske optimizacije i njegova efikasnost dolazi do punog izražaja pri rešavanju nelinearnih optimizacionih problema. Neophodan preduslov za primenu programa je kompaktnost domena dopustivih alternativa i diferencijabilnost kriterijumskih funkcija (v. napr. /3/), što je u najvećem broju praktičnih problema zadovoljeno.

U toku svakog koraka iteracione procedure opisane u prethodnom odeljku neophodno je da se izvrši analiza ukupno  $m$  pomoćnih neinferiornih planova pri čemu se od korisnika zahteva da da ukupno  $m(m - 1)$  procena o stepenu prihvatljivosti ponudjenih razmena vrednosti kriterijuma, gde je  $m$  broj razmatranih kriterijuma. Obzirom da broj potrebnih procena rapidno raste s brojem kriterijuma, oblast primene programa praktično je ograničena na rešavanje problema sa 3 do 10 kriterijumskih funkcija.

## 4. LITERATURA

- /1/ B. Srdjević, M. Andjelić, Ilustrativni primer primene matematičkih modela u odredjivanju kompromisnog plana vodoprivrednog razvoja, Beograd, Institut Mihailo Pupin, 1980.
- /2/ Y.Y. Haimes, W.A. Hall, "Multiobjectives in Water Resources Systems Analysis: The Surrogate Worth Trade-off Method", Water Resources Research, vol. 10, no. 4, pp. 615-624, August, 1974.
- /3/ Y.Y. Haimes, W.A. Hall, H.T. Freedman, Multiobjective Optimization in Water Resources Systems: The Surrogate Worth Trade-off Method, The Netherlands, Elsevier, 1975.
- /4/ Y.Y. Haimes, "The Surrogate Worth Trade-off Method and its Extensions", u Multiple Criteria Decision Making Theory and Application, G. Fandel, T. Gal (ed.), pp. 86-108, Hagen/Königswinter, Springer-Verlag, 1979.