28 I/2020
МУЗИКОЛОГИЈА
MUSICOLOGY

Руско-српске културне везе у огледалу **музике**

Russian-Serbian Cultural Relations Reflected **in Music**

Гост уредник Весна Сара Пено
Guest Editor Vesna Sara Peno

Часопис **МУЗИКОЛОШКОГ ИНСТИТУТА САНУ**
Journal of **THE INSTITUTE OF MUSICOLOGY SASA**

Музикологија

Часопис Музиколошког института САНУ

Musicology

Journal of the Institute of Musicology SASA

~

28 (I/2020)

~

Музикологија је рецензирани научни часопис у издању Музиколошког института САНУ. Посвећен је проучавању музике као естетског, културног, историјског и друштвеног феномена и примарно усмерен на музиколошка и етномузиколошка истраживања. Редакција такође прихвата интердисциплинарне радове у чијем је фокусу музика. Часопис излази два пута годишње. Упутства за ауторе се могу преузети овде: http://www.doiserbia.nb.rs/journal.aspx?issn=1450-9814&pg=instructionsforauthors

Musicology is a peer-reviewed journal published by the Institute of Musicology SASA (Belgrade). It is dedicated to the research of music as an aesthetical, cultural, historical and social phenomenon and primarily focused on musicological and ethnomusicological research. Editorial board also welcomes music-centred interdisciplinary research. The journal is published semiannually. Instructions for authors can be found on the following address: http://www.doiserbia.nb.rs/journal.aspx?issn=1450-9814&pg=instructionsforauthors

ISSN 1450-9814

eISSN 2406-0976

UDK 78(05)

БЕОГРАД 2020.

BELGRADE 2020

ПРЕВОДИОЦИ / TRANSLATORS
Ивана Медић, Марија Голубовић, Милош Браловић, Александар Васић / Ivana Medić, Marija Golubović, Miloš Bralović, Aleksandar Vasić

ЛЕКТОР ЗА ЕНГЛЕСКИ ЈЕЗИК / ENGLISH-LANGUAGE EDITING
Ивана Медић / Ivana Medić

ЛЕКТОРИ ЗА СРПСКИ ЈЕЗИК / SERBIAN-LANGUAGE EDITING
Мирјана Нешић, Александар Васић / Mirjana Nešić, Aleksandar Vasić

КОРЕКТУРА / PROOFREADING
Милош Браловић / Miloš Bralović

ДИЗАЈН И ТЕХНИЧКА ОБРАДА / DESIGN & PREPRESS
Студио Omnibooks, Београд / Studio Omnibooks, Belgrade

ШТАМПА / PRINTED BY
Скрипта Интернационал, Београд / Scripta Internacional, Belgrade

Часопис је индексиран на http://doiserbia.nb.rs/, http://www.komunikacija.org.rs и у међу- народној бази ProQuest. /
The journal is indexed in http://doiserbia.nb.rs/, http://www. komunikacija.org.rs and in the international database ProQuest.

Издавање ове публикације подржало је Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије /
The publication of this volume was supported by the Ministry of of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia

САДРЖАЈ / CONTENTS

РЕЧ УРЕДНИКА / EDITOR'S FOREWORD
11–14

ТЕМА БРОЈА / THE MAIN THEME
РУСКО-СРПСКЕ КУЛТУРНЕ ВЕЗЕ У ОГЛЕДАЛУ МУЗИКЕ / RUSSIAN-SERBIAN CULTURAL RELATIONS REFLECTED IN MUSIC
*Гост уредник **ВЕСНА САРА ПЕНО** / Guest Editor **VESNA SARA PENO***

Vesna Sara Peno
How Much We Do (Not) Know About Russian-Serbian Chanting Connections
Весна Сара Пено
Колико (не) знамо о руско-српским појачким везама
17–32

Tatjana Subotin-Golubović
A Russian Triodon Sticherarion From the Late 12th Century – MS Hilandar 307
Татјана Суботин-Голубовић
Руски триодни стихирар с краја XII века – рукопис Хиландар 307
33–46

Natal'ia Viktorovna Mosiagina
Chants in Honour of the Great Martyr Prince Lazar of Serbia in the Old Russian Notated Manuscripts
Наталья Викторовна Мосягина
Песнопения в честь великомученика князя Лазаря Сербского в древнерусских нотированных рукописях
47–60

Natal´ia Vasil´evna Ramazanova
Services to Russian and Serbian Saints in the Context of the Annual Circle of Church Singing of the 16th–17th Centuries
Наталья Васильевна Рамазанова
Службы русским и сербским святым в контексте годового круга церковного пения XVI–XVII веков
61–77

Vladimir Simić
Politics, Orthodoxy and Arts: Serbian-Russian Cultural Relations in the 18th Century
Владимир Симић
Политика, православље и уметност: српско-руске културне везе у XVIII веку
79–98

Jelena Mežinski Milovanović
A Contribution to Researching Russian-Serbian Connections in Sacral and Court Painting and Architecture through the Opera of Russian Emigrants in Serbia between the World Wars: Examples of Adopting Russian Models
Јелена Межински Миловановић
Прилог истраживању руско-српских веза у црквеном и дворском сликарству и градитељству кроз опусе руских емиграната у Србији између два светска рата: примери преузимања руских модела
99–124

Marija Golubović
„A Russian Choir that Russia Had Never Heard Before“: The Don Cossak Choir Serge Jaroff on the Concert Stage in the Interwar Belgrade
Марија Голубовић
„Руски хор који Русија није чула“: Хор донских козака Сергеја Жарова на концертној сцени међуратног Београда
125–145

VARIA

Žarko Cvejić
William Byrd and the Limits of Formal Music Analysis
Жарко Цвејић
Вилијам Берд и границе формалне музичке анализе
149–158

Senka Belić
On the Connection of Musical Rhetorical Strategies and Marian Topic/Topos in Renaissance Motets
Сенка Белић
О вези музичко реторичких стратегија и маријанског топоса у ренесансним мотетима
159–171

Ewa Schreiber
„Tote aber leben länger".
The Second Viennese School and its Place in the Reflections of Selected Composers from the Second Half of the 20th Century (Harvey, Ligeti, Lutosławski, Lachenmann)
Ева Шрајбер
„Tote aber leben länger".
Друга бечка школа и њено место у промишљањима одабраних композитора друге половине XX века (Харви, Лигети, Лутославски, Лахенман)
173–204

Dragan Latinčić
Central Rotation of Regular (and Irregular) Musical Poligons
Драган Латинчић
Централна ротација правилних (и неправилних) музичких полигона
205–234

Maja Radivojević
Vlach Vocal Traditional Music from the Region of Homolje in the Legacy of Olivera Mladenović

Маја Радивојевић
Традиционална вокална музика Влаха у Хомољу у заоставштини Оливере Младеновић
235–256

НАУЧНА КРИТИКА И ПОЛЕМИКА / SCIENTIFIC REVIEWS AND POLEMICS

Соња Цветковић
Ивана Весић, Весна Пено, Између уметности и живота. О делатности удружења музичара у Краљевини СХС/Југославији. Београд, Музиколошки институт САНУ, 2017.
ISBN: 978-86-80639-35-2
259–261

Весна Сара Пено
Ивана Весић, Конструисање српске музичке традиције у периоду између два светска рата, Београд, Музиколошки институт САНУ, 2018.
ISBN 978-86-80639-36-9
263–269

Мирјана Закић
Данка Лајић Михајловић и Јелена Јовановић (ур.), Косово и Метохија: музичка слика мултикултуралности 50-их и 60-их година XX века, Београд, Музиколошки институт САНУ, 2018. / Danka Lajić Mihajlović and Jelena Jovanović (eds.), Kosovo and Metohija: A Musical Image of Multiculturalism in the 1950s and 1960s, Belgrade, Institute of Musicology SASA, 2018.
ISBN 978-86-80639-47-5
271–275

Сања Ранковић
Марија Думнић Вилотијевић, Звуци носталгије: историја старорадске музике у Србији, Београд, Чигоја штампа, Музиколошки институт САНУ, 2019.
ISBN 978-86-531-0502-0
277–280

Ivan Moody
Polina Tambakaki, Panos Vlagopoulos, Katerina Levidou and Roderick Beaton (eds.), Music, Language and Identity in Greece. Defining a National Art Music in the Nineteenth and Twentieth Centuries, London and New York, Routledge, 2020, ISBN 978-1-138-28002-1
281–283

IN MEMORIAM

Бојана Радовановић
Весна Микић (Београд, 30. мај 1967 – Београд, 30. октобар 2019)
287–290

DOI https://doi.org/10.2298/MUZ2028205L
UDC 78.02
51-7:78.1/.4

Central Rotation of Regular (and Irregular) Musical Poligons

Dragan Latinčić[1]
Assistant Professor, Department of Composition, Faculty of Music, University of Arts, Belgrade, Serbia

Централна ротација правилних (и неправилних) музичких полигона

Драган Латинчић

доцент, Катедра за композицију, Факултет музичке уметности Универзитета уметности, Београд, Србија

Примљено: 15. септембра 2019.
Прихваћено: 1. новембра 2019.
Оригинални научни рад

Abstract

The text describes the application of one of the most important isometric transformations to the projected metro-rhythmic entities of individual harmonics of the spectrum. It is a direct isometry called central rotation. Central rotation conditions the hemiola structuring of the meter. Hemiolas are identified with regular and irregular geometric figures (primarily triangles) by means of a partition and the composition (index) number of a particular spectral harmonics. The partition and composition of numbers, which are dealt with in discrete mathematics, on the one hand, and, the technique of horizontal hemiolas, characteristic of the polyphony of the sub-Saharan region, on the other, served as a means of creating methods by which the isometric transformation of central rotation would be realized in (musical) time.

Keywords: rhythm, lambdoma, polygonal number, isometric transformations, central rotation, spectrum, triangle, hemioles, discrete mathematics, partition of numbers, polyphony of the Sub-Saharan region

Апстракт

У тексту је описана примена једне од најважнијих изометријских трансформација на пројектоване метро-ритмичке ентитете појединачних хармоника спектра.

1 dragan8206@gmail.com

Реч је о директној изометрији која се зове *централна ротација*. Централна ротација условљава хемиолно структурисање метра. Хемиоле су идентификоване с правилним и неправилним геометријским фигурама (првенствено троугловима) посредством партиције и композиције (индексног) броја одређеног спектралног хармоника. Партиција и композиција броја којима се бави дискретна математика, с једне стране, и, техника хоризонталних хемиола, својствена полифонији суб-сахарске регије, с друге стране, послужили су као средство за остварење метода којим би се изометријска трансформација централне ротације реализовала у (музичком) времену.

Кључне речи: ритам, ламбдома, полигонални број, изометријске трансформације, централна ротација, спектар, троугао, хемиоле, дискретна математика, партиција броја, полифонија суб-сахарске регије

Увод

Примена централне ротације на пројектоване метро-ритмичке ентитете појединачних хармоника спектра чини наставак студије о потенцијалним могућностима музичко-математичке анализе првенствено кроз призму планиметрије и тригонометрије.

Две претходне ауторове књиге: *Микроинтервали у спектралној геометрији* (2015), и *Спектрална тригонометрија (заснивање универзалне музичко-математичке анализе)* (2017), базиране су на методу пројекције појединачних хармоника спектра. Метод о којем је реч, развио се током рада на докторском уметничком пројекту: *Батал, прелудијуми за гудачки оркестар* са теоријском студијом као саставним делом пројекта: *Примена микротоналности (а) у инструменталној блискоисточној и балканској музици фолклорне провенијенције, те (б) у инструменталној, камерној и оркестарској музици акустичког типа у савременој западној уметничкој музици (покушај заснивања једне аутономне стваралачко – композиторске концепције)*, 2014. године. У питању је апстрактна представа пројектора којим би се суперпозиционирани хармоници образовали у метро-ритмичкој равни. У књизи *Микроинтервали у спектралној геометрији*, а посебно у књизи *Спектрална тригонометрија (заснивање универзалне музичко-математичке анализе)*, осветљена је проблематика довођења у везу појединачних (интервалских и акордских) односа хармоника спектра с геометријским фигурама (првенствено фигуром троугла). Реч је о акордском троуглу којег би чиниле три независно изоловане фреквенце чије би порекло било у произвољном основном тону спектра. Фреквенце о којима је реч чиниле би и пресеке метричких дужина, које су посредством пројектора доказане кроз математске формулације метро-ритмичких растојања.

Потом је осветљена и друга страна спектралног низа, која се распростире инверзно, у огледалу, испод фундамента. Реч је о сумационим тоновима (субаликвотима) чији се извод врши старим питагорејским поступком познатим под именом *ламбдома*. На тај начин, диференциран је спектрални простор у којем се сада уочавају два региона: горе–лево/десно и доле–лево/десно.

Послуживши се опет метро-ритмичком пројекцијом, у књизи *Спектрална тригонометрија* доказује се примењљивост Питагорине теореме на темпоралност појединачних хармоника спектра. Примењена је изведена формулација која посредством прве Питагорине тројке гласи: $(3/x)^2 + (4/x)^2 = (5/x)^2$. Имениоцем разломка успостављен је ред којим би се изоштравала интонативна резолуција својствена за систем датог хармоника у спектру. Овакав ред је аутора навео на траг да се односи који су важили за аликвотни систем могу доследно трансформисати у лествични/темпорални систем, а цео процес доведен је у везу са изометријском трансформацијом. Поред тога што је при идентификацији дужина страница геометријске фигуре музичког троугла констатовано да темена троугла постају изоловане фреквенце појединачних хармоника спектра, примећено је, такође, да метричке пројекције под одређеним пресецима образују и углове. Следивши тврдњу немачког астронома Јоханеса Кеплера, да квинтни угао одговара трећини дужине лука описаног круга око троугла, остали спектрални углови класификовани су још у студији *Микроинтервали у спектралној геометрији*, те доведени у строгу планиметријску и тригонометријску раван. У књизи *Спектрална тригонометрија (заснивање универзалне музичко-математичке анализе)*, у неколико наврата, конструисани су правоугли, оштроугли и тупоугли музички троуглови. Потом се прешло на конструкцију триогнометријских кругова према интервалским амбитусима. Затим су описане темпорално-интонативне дистанце у односу на произвољан почетни лествични положај које би се, даље, могле пратити на графу поједине тригонометријске функције: синусоиди, косинусоиди, тангесоиди.

Аналитички приступ проблематизовању спектралних региона формирао се из ауторове намере за репросторирањем звука током композиционог процеса. Репросторирањем звука, као једном од примарних интенција ствараоца, а сагледаног кроз историјски контекст, бавили су се многи композитори током прошлог века. Аутор текста овде се ограничава само на интенцију као заједнички садржалац с композиторима који су развијали сопствене методе у креирању дела. *Klangfarben* техника композитора *Друге бечке школе*, или, Месијанова серијализација ритма, у овом контексту, управо могу да послуже као заједнички именитељ трагања за репросторирањем звука. Разлике постоје и код поменутих композитора управо у богатству различитости методолошких приступа. Међутим, ауторов методолошки приступ условљава мање очекиван след корака од оног који је примарно наметнут током композиционог процеса, а огледа се у избору (мензуралних) метро-ритмичких, или немензуралних (алеаторичких) темпоралних компоненти, као примарних компоненти, а од којих би зависиле све остале компоненте звука. Овим методом развија се свест о томе да геометријска фигура, као пројектована метро-ритмичка консеквенца спектралних пропорција, постаје средство за компоновање дела, као темпорални знак односно – симбол.

1. Полигонално структурисање броја

Број се описује глифом.[2] Број структурише елементе и условљава њихове међусобне односе. Хармонике спектра именујемо редним бројевима. Полигоналне линије из референтних система појединачних хармоника спектра могу се представити целим бројевима. Геометријске фигуре (полигони) би, сходно томе, могле да се идентификују и дефинишу према обиму хармоника спектра. Спектралне геометријске фигуре биле би структурисане посредством партиције.[3] Постоји значајна разлика у *полигоналном структурисању броја*, а, у односу на *теорију полигоналних (фигуративних) бројева са n димензија*.[4] Полигонално структурисање броја можемо довести у везу са концептом „броја Два и Двојства, корена појма који су Грци звали ‚Исто и Друго', где је Друго неодређени скуп бројева већих од Један. Извесна аустралијска племена, као и Бушмани из јужне Африке, користе ту дијадску нумерацију са само два симбола за један и два; тако је сваки други број комбинација ових, на пример 5 = 2 + 2 + 1. Друге примитивне заједнице (у Калифорнији, на пример) користе нумерацију у којој је четири највећи број (на пр. 7 = 4 + 3), неки опет (Аруаки из Јужне Америке) имају квинарну нумерацију (природну, због броја прстију на руци), а постоје и такви (у Африци) који користе хексадну, са највећим бројем шест" (Гика 1987: 4).

Полигоналне бројеве чине елементи (тачке) као хомотетично растуће форме правилних полигона. Разлику између *полигоналног броја* и *полигоналног структурисања броја*, у основи би чинио избор другачијег средства за конструкцију. При полигоналном структурисању рачунамо на парцијални сегмент укупне дужи хармоника исказаног целим бројем. Стога, на пример, полигонални (троугаони) број 3 јесте и број који је полигонално конструисан посредством партиције трију својих једнаких страница (1 + 1 + 1), те тако

2 Глиф је шара или графички облик. Препознајемо га као знак у одређеном систему писања. Тај знак може бити слово, цифра, интерпункцијски или специјални знак.

3 Партиција природног броја n је представљање *n* у облику збира неколико природних бројева, при чему је редослед сабирака небитан. Са $p(n)$ означавамо број партиција *n*. На пример: $4 = 3 + 1 = 2 + 2 = 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1$; те је $p(4) = 5$. Партиција се, графички, често представља Ферерсовим дијаграмом; на пример:

○ ○ ○ ○ ○

○ ○

Горенаведени дијаграм представља партицију броја 7 (5 + 2), где број тачака у врсти одговара једном сабирку; исти пример може да се чита и по колонама, као партиција: 2 + 2 + 1 + 1 + 1 броја 7. За две овако повезане партиције кажемо да су коњуговане.

4 У простору са две димензије (равни), полигонални бројеви одговарају бројевима тачака распоређених тако да представљају хомотетично растуће форме (тј. сличне фигуре) правилних полигона. Троугаони бројеви су: 1, 3, 6, 10, 15, 21, ..., $(n \cdot (n + 1)) / 2$, (разлике два по два узастопна члана дају низ природних бројева 1, 2, 3, 4, 5, ..., *n*,...).

чини *једнакостраничан троугао*. Једнакостраничан троугао јесте геометријска фигура која је референтна за систем трећег хармоника спектра. Међутим, број 5 није троугаони број иако може постати број који је полигонално (троугаоно) конструисан посредством партиције трију својих елемената (страница) на следећи начин: (2 + 1 + 2). Сходно овоме, у референтном систему петог хармоника спектра могуће је образовати *(спектрални) једнакокраки троугао*. Такође, ни број 7 није троугаони број иако може постати број који је полигонално (троугаоно) конструисан посредством партиције трију својих елемената (страница), и то на два начина: (1 + 3 + 3) или (2 + 2 + 3). Сходно овоме, у референтном систему седмог хармоника спектра могуће је образовати (чак) два *(спектрална) једнакокрака троугла*. Са оваквим запажањем, може се развити метод за полигоналну конструкцију броја (хармоника), у којем би циљ превасходно био да елементи послуже као хомотетично растуће форме, како правилних, тако и неправилних (музичких) полигона.

Следи табеларни приказ могућих партиција природног броја (односно хармоника). Хармоник је обележен у загради редним бројем (лево од знака једнакости), док је, с десне стране од знака једнакости, обележен број партиција изразом *p(n)*. Табела (1)

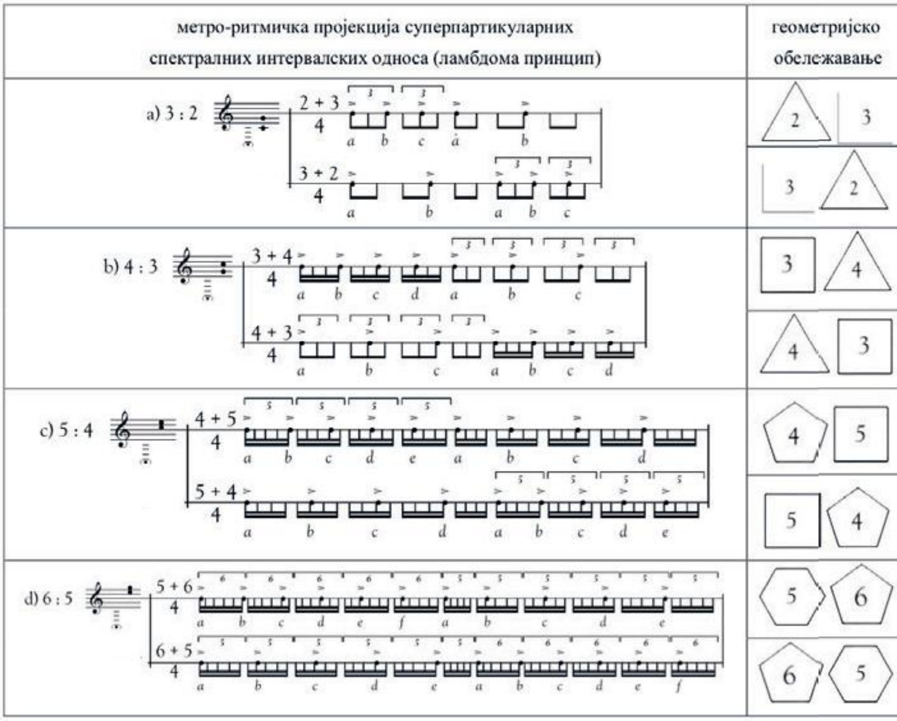
Табела 1. Број могућих партиција појединачних хармоника спектра

$p\,(1^0) = 1$	$p\,(2^0) = 2$	$p\,(3^0) = 3$	$p\,(4^0) = 5$	$p\,(5^0) = 7$
$p\,(6^0) = 11$	$p\,(7^0) = 15$	$p\,(8^0) = 22$	$p\,(9^0) = 30$	$p\,(10^0) = 42$
$p\,(11^0) = 56$	$p\,(12^0) = 77$	$p\,(13^0) = 101$	$p\,(14^0) = 135$	$p\,(15^0) = 176$
$p\,(16^0) = 231$	$p\,(17^0) = 297$	$p\,(18^0) = 385$	$p\,(19^0) = 490$	$p\,(20^0) = 627$
$p\,(21^0) = 792$	$p\,(22^0) = 1002$	$p\,(23^0) = 1255$	$p\,(24^0) = 1575$	$p\,(25^0) = 1958$

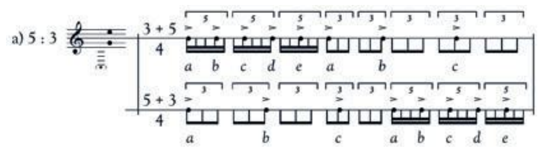
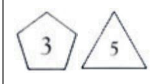
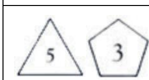
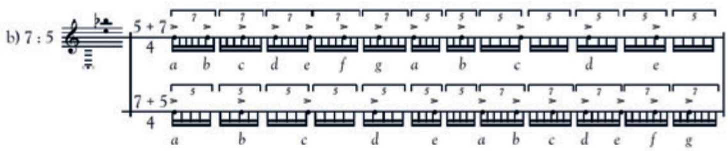
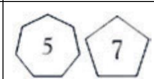
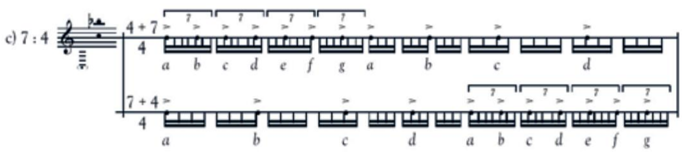
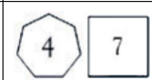
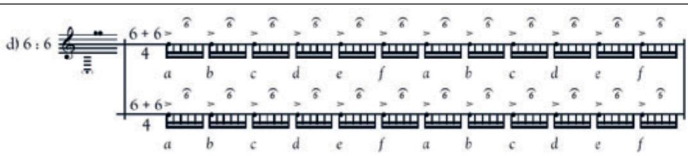
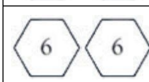
2. Техника хоризонталних хемиола централно-афричке и западно-афричке фолклорне провенијенције

Полигонално структурисање броја у вези је са техником хоризонталних хемиола. Ова техника је присутна у фолклору многих народа. Осврнућемо се на основни модел који се може срести у полифонији суб-сахарске регије. Реч је о пројекцији вертикалног односа (3 : 2) у хоризонтални однос (3 + 2) који ћемо посматрати као јединствен ентитет, управо како саопштава музиколог Кофи Агаву: „[The] resultant [3:2] rhythm holds the key to understanding...there is no independence here, because 2 and 3 belong to a single Gestalt" (Agawu 2003: 92). (Табела 2 и 3).

Табела 2. Метро-ритмичка пројекција суперпартикуларних спектралних интервалских односа (хоризонталне хемиоле)



Табела 3. Метро-ритмичка пројекција вишеструких суперпартикуларних спектралних интервалских односа (хоризонталне хемиоле)

метро-ритмичка пројекција вишеструких суперпартикуларних спектралних интервалских односа (ламбдома принцип)	геометријско обележавање
	
	
	
	
	
	
	
	

За почетак ћемо посматрати пројекцију спектралне структуре у којој преовлађује однос (3:2). У основи структуре се, при пројекцији, мења ритмичка акцентуација, те ће се на месту предвиђеном за три једнаке ритмичке јединице јавити две (дуола), а на месту предвиђеном за две једнаке ритмичке јединице јавиће се три (триола или једнакостранични троугао). За овај поступак морамо се послужити дистрибуциојом *референтних* ритмичких јединица уз помоћ којих би се метро-ритмичка модулација и остварила. У сваком од наведених примера, у даљем тексту, *једну ритмичку четвртину представићемо бројем један* (1). Да би се остварила дуола (2) на метричкој основи од три (3) ритмичке четвртине користићемо се са *шест* ритмичких осмина (6/2) од којих би прва и четврта биле акцентоване. Да бисмо добили триолу (3) на метричкој основи од две (2) ритмичке четвртине користићемо се са *шест* триолских осмина (6/3) од којих би прва, трећа и пета биле акцентоване. Избор броја шест (6) није случајан; он је производ обе (полу)–метричке основе (2 • 3). Ово правило важиће за било који пројектовани однос виших хармоника. Ако једну ритмичку четвртину представимо бројем један (1), математска шема би изгледала овако:

(2 • 3/2) + (3 • 2/3) = 6/2 + 6/3 = 3 + 2. Пројектована метро-ритмичка форма може да се посматра и обратно: (3 • 2/3) + (2 • 3/2) = 6/3 + 6/2 = 2 + 3; и ово правило важи за било који пројектовани однос виших хармоника. Погледати табелу (2а).

Овим поступком долазимо до закључка да би дуола (2), на било којој метричкој платформи, могла да се конструише уз помоћ дистрибуције ритмичких јединица које чине половину (1/2) у односу на полазну (основну) метричку вредност (1). Оваква тврдња вредела би и за све остале хемиолске групе. Ритмичка триола (3) може се конструисати уз помоћ дистрибуције ритмичких јединица које сада чине трећину (1/3) у односу на основну метричку вредност (1). Референтна ритмичка јединица је средство за конструкцију хемилоске групе: (а) ритмичком осмином (1/2) конструише се дуола (2); (б) триолском осмином (1/3) конструише се триола (3); (в) ритмичком шеснаестином (1/4) конструише се квартола (4); (г) квинтолском шеснаестином (1/5) конструише се квинтола (5), и тако даље. Можемо да приметимо да је хемиолно структурисање метра, у овом случају, у вези с *lambdoma* принципом.

У пројекцији сесквитерцијалног вертикалног односа (4:3) који би био структурисан као збир (4 + 3), опет се служимо дистрибуцијом ритмичких јединица (триолских осмина и ритмичких шеснаестина), а, уз помоћ којих би се метро-ритмичка модулација и остварила. Да бисмо добили триолу на метричкој основи од четири четвртине користићемо се са *дванаест* триолских осмина од којих би прва, пета и девета биле акцентоване. Да бисмо добили квартолу на метричкој основи од три ритмичке четвртине користићемо се са *дванаест* ритмичких шеснаестина од којих би прва, четврта, седма и десета биле акцентоване. Избор броја дванаест (12) ни овде није случајан; он је производ обе (полу)–метричке основе (3 • 4). Ако бисмо једну ритмичку четвртину представили бројем један (1), математска шема би изгледала овако:

(3 • 4/3) + (4 • 3/4) = 12/3 + 12/4 = 4 + 3. Погледати табелу (2b).

У пројекцији осталих суперпартикуларних односа виших хармоника као што су *sesquiquarta* (5:4), или, *sesquiquinta*, (6:5), или, *sesquisexta* (7:6), и тако даље, а који би били структурисани следећим збировима: (5 + 4), или (6 + 5), или (7 + 6), принцип је исти; опет се служимо дистрибуцијом ритмичких јединица уз помоћ којих би се метро-ритмичка модулација и остварила. Следе математске (пројектоване метро-ритмичке) шеме за горе-поменуте односе:

Пројекција пропорције *sesquiquarta*: (4 • 5/4) + (5 • 4/5) = 20/4 + 20/5 = 5 + 4. Погледати табелу (2c).

Пројекција пропорције *sesquiquinta*: (5 • 6/5) + (6 • 5/6) = 30/5 + 30/6 = 6 + 5. Погледати табелу (2d).

Пројекција пропорције *sesquisexta*: (6 • 7/6) + (7 • 6/7) = 42/6 + 42/7 = 7 + 6.

Супербипартитна и *супертрипартитна*[5] пројекција припадале би општем типу размера, с тим што постоји извесна разлика у односу на горе-поменуте суперпартикуларне типове пројекција (мисли се на пројекције највиших хармоника у појединој референтном систему). У супербипартитној размери бројилац разломка је двоструко већи него што би био у суперпартикуларној размери. Рецимо, вертикални однос (5:4), који се може представити збиром двају разломака (4/4 + 1/4), чинио би суперпартикуларну размеру двају хармоника, али вертикални однос (5:3), који се може представити збиром двају разломака (3/3 + 2/3), чинио би супербипартитну размеру двају хармоника из истог референтног система петог хармоника спектра, зато што је бројилац – конкретно другог разломка који чини сабирак – двоструко већи.[6]

И у супербипартитном вертикалном односу (5:3), а који би у хоризонталној пројекцији био представљен збиром (5 + 3), служимо се дистрибуцијом ритмичких јединица (триолских осмина и квинтолских шеснаестина) уз помоћ којих би се метро-ритмичка модулација и остварила. Да бисмо добили триолу на метричкој основи од пет ритмичких четвртина користићемо се са *петнаест* триолских осмина од којих би прва, шеста и једанаеста биле акцентоване. Да бисмо добили квинтолу на метричкој основи од три ритмичке четвртине

5 На изразе као што су суперпарткуларна, супербипартитна или супертрипартитна размера, наишао сам у књизи Filozofija i mistika broja (Gika 1987).

6 Овде вреди споменути да је у референтном систему петог хармоника спектра остварљива и вишеструко суперпартикуларна размера, конкретно – двоструко сесквиалтерна, која би у бројиоцу садржала двоструки именилац плус половину). Пример за вишеструку суперпартикуларну пропорцију, чинио би однос двају хармоника (5:2), који би при растављању на чланове био структурисан на следећи начин: (4/2 + 1/2 = 5/2).

користићемо се са *петнаест* квинтолских шеснаестина од којих би прва, четврта, седма, десета и тринаеста биле акцентоване. Избор броја петнаест (15) ни овде није случајан; он је производ обе (полу)–метричке основе (3 • 5). Ако бисмо једну ритмичку четвртину представили бројем један (1), математска шема би изгледала овако:

$(3 \bullet 5/3) + (5 \bullet 3/5) = 15/3 + 15/5 = 5 + 3$. Погледати табелу (3a).

У вишеструко суперпартикуларном вертикалном односу (5 : 2), а који би у хоризонталној пројекцији био представљен збиром (5 + 2), опет се служимо дистрибуцијом ритмичких јединица (*десет* ритмичких осмина и *десет* квинтолских шеснаестина) уз помоћ којих би се метро-ритмичка модулација и остварила. Избор броја десет (10) ни овде није случајан; он је производ обе (полу)–метричке основе (2 • 5). Математска шема би изгледала овако:

$(2 \bullet 5/2) + (5 \bullet 2/5) = 10/2 + 10/5 = 5 + 2$.

У супертрипартитној размери бројилац разломка је троструко већи него што је био у суперпартикуларној размери. Рецимо, вертикални однос 7:6 (што је 6/6 + 1/6) чинио би суперпартикуларну размеру двају највиших хармоника из референтног система седмог хармоника спектра; вертикални однос 7:5 (што је 5/5 + 2/5) чинио би супербипартитну размеру двају хармоника из истог референтног система; најзад, вертикални однос 7:4 (што је 4/4 + 3/4) чинио би тако – супертрипартитну размеру двају хармоника из истог горе-поменутог референтног система (седмог хармоника спектра). Примећујемо да се бројилац у разломку који чини остатак сабирка повећава (за супербипартитну размеру је: 2, док је за супертрипартитну размеру: 3).[7]

Као и до сада, и у супербипартитном вертикалном односу (7:5) који би био структурисан као збир (7 + 5), послужићемо се дистрибуцијом од *тридесет-пет* квинтолских и *тридесет-пет* септимолских шеснаестина уз помоћ којих би се метро-ритмичка модулација и остварила. Избор броја тридесет-пет (35) ни овде није случајан; он је производ обе (полу)–метричке основе (5 • 7). Ако бисмо једну ритмичку четвртину представили бројем један (1), математска шема би изгледала овако:

$(5 \bullet 7/5) + (7 \bullet 5/7) = 35/5 + 35/7 = 7 + 5$. Погледати табелу (3b).

7 Овде вреди споменути да су у референтном систему седмог хармоника спектра остварљиве и вишеструко суперпартикуларне размере, конкретно – двоструко сесквитерцијална (7:3), која би у бројиоцу садржала двоструки именилац плус трећину); и, троструко сесквиалтерна (7:2), која би у бројиоцу садржала троструки именилац плус половину). Пример за двоструку сесквитерцијалну пропорцију, чинио би однос двају хармоника 7:3 (што би при растављању на чланове изгледало овако: 6/3 + 1/3 = 7/3). Пример за троструку сесквиалтерну пропорцију, чинио би однос двају хармоника 7:2 (што би при растављању на чланове изгледало овако: 6/2 + 1/2 = 7/2).

И у супертрипартитном вертикалном односу (7:4) који би био структурисан као збир (7 + 4), служимо се дистрибуцијом од *двадесет-осам* ритмичких шеснаестина и *двадесет-осам* септимолских шеснаетсина уз помоћ којих би се метро-ритмичка модулација и остварила. Избор броја двадесет-осам (28) ни овде није случајан; он је производ обе (полу)–метричке основе (4 • 7). Математска шема би изгледала овако:

(4 • 7/4) + (7 • 4/7) = 28/4 + 28/7 = 7 + 4. Погледати табелу (3c).

У двоструко сесквитерцијалном вертикалном односу (7:3), који би био структурисан као збир (7 + 3), служимо се дистрибуцијом од *двадесет-једне* триолске осмине и *двадесет-једне* септимолске шеснаестине уз помоћ којих би се метро-ритмичка модулација остварила. Избор броја двадесет-један (21) ни овде није случајан; он је производ обе (полу)–метричке основе (3 • 7). Математска шема би изгледала овако:

(3 • 7/3) + (7 • 3/7) = 21/3 + 21/7 = 7 + 3.

У троструко сесквиалтерном вертикалном односу (7:2), који би био структурисан као збир (7 + 2), служимо се дистрибуцијом од *четрнаест* ритмичких осмина и *четрнаест* септимолских шеснаестина уз помоћ којих би се метро-ритмичка модулација и остварила. Избор броја четрнаест (14) ни овде није случајан; он је производ обе (полу)–метричке основе (2 • 7). Математска шема би изгледала овако:

(2 • 7/2) + (7 • 2/7) = 14/2 + 14/7 = 7 + 2.

Метро-ритмичка пројекција остварљива је и када изоловани хармоник спектра посматрамо као ентитет за себе, тј. када је фреквенца сама себи пропорционална. Тако би, рецимо, размера (6:6), била структурисана као збир (6 + 6). Број ритмичких јединица расте са квадратом редног броја хармоника. У конкретно, овом примеру, на метричкој платформи, служићемо се референтним ритмичким јединицама за број 6, а то су шеснаестине секстоле и има их два пута по тридесет-шест (6^2 / 6 = 36 / 6). Погледати табелу (3d).

(6 • 6/6) + (6 • 6/6) = 36/6 + 36/6 = 6 + 6.

3. Метричка и ритмичка (централна) ротација правилних музичких полигона

До сада смо хемиолске групе (сем дуоле) посматрали као правилне полигоне. Триола би на било којој метричкој основи чинила једнакостранични троугао. Квартола би чинила једнакостранични четвороугао (квадрат), квинтола – пентагон, секстола – хексагон, септимола – хептагон, и тако даље. С набројаним правилним полигонима, који су референтни за сваки хармоник понаособ, може се остварити принцип ритмичке обртљивости посредством изометријске трансформације, конкретно – *централне ротације*. Овај принцип је драгоцен јер његове етимолошке корене налазимо у фолклорној ритмици централно-афричке и западно-афричке музике. Остварује се тако што се акценти који чине геометријску фигуру (правилни полигон) „померају" на суседну референтну ритмичку јединицу у правцу: *лево* или *десно*. Темпорална дуж од једног до другог акцента чини страница правилног полигона. Овако се ствара утисак темпоралне кинематике једног изолованог звучног ентитета. Ако се померање акцената остварује у смеру „на десно", сваки помераj зове се *инкремент*. Ако се померање акцената остварује у смеру „на лево", сваки помераj зове се *декремент*. Табела (4а и 4b).

Феномен ритмичке ротације о којем је реч отелотворио се још пре скоро пола века у западно-уметничкој композиционој пракси америчких минималиста. Очигледан пример ротирања ритмичког обрасца налазимо у композицији *Clapping Music* (1972) минималисте Стива Рајха (Steve Reich).[8] Користећи искуство поменутог композитора, феномен ротације ћу, у даљем тексту, приказати на примерима геометријских фигура кроз теоријски аспект, а потом и кроз практични модел креирања сопственог дела. С друге стране, померање акцената на суседне ритмичке јединице одређеног ритмичког обрасца које доприносе утиску ритмичке ротације посебно је корисно за изучавање афро-кубанских ритмова који се често могу генерисати ротирањем одређене групе откуцаја око пуног круга попут низања перли око обима огрлице (Hein; Srinivasan 2019: 78–79).

У свим типовима пројекција, од оних простих (суперпартикуларних укључујући и супербипартитне, односно супертрипартитне) до оних сложенијих (вишеструко суперпартикуларних), метричку шему двају хармоника чине два правилна полигона.

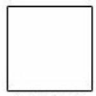
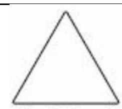
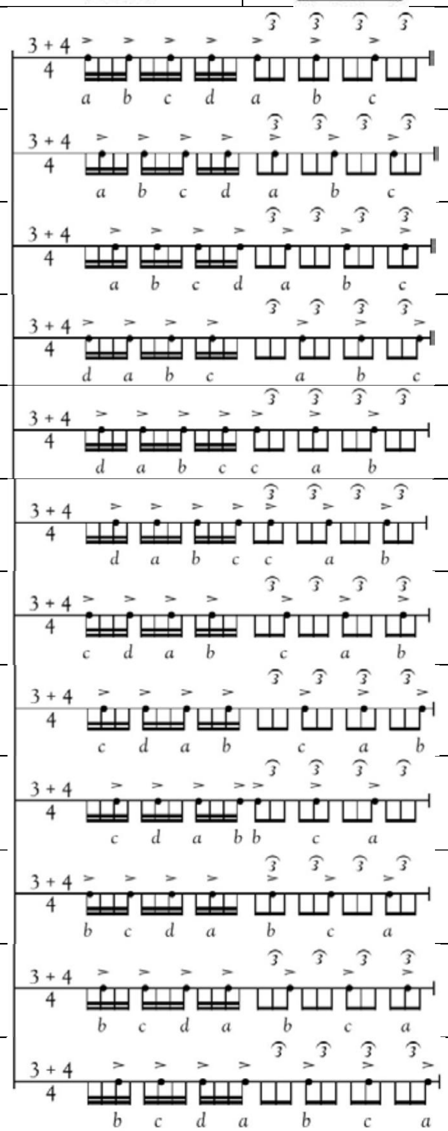
За поступак централне ротације узима се центар описане кружнице око правилног полигона односно хемиолске групе. То је круг који пролази кроз сва темена многоугла. Центар овог круга налази се у пресеку симетрала страница и његов полупречник је растојање центра од било ког темена многоугла.

Угао ротације (φ) је *угао ротационог померая хемиоле*, тј. угао који вреди за време у којем се једна страница правилног полигона пресликала на њој суседну страницу. Угао ротације квартоле је за било коју размеру једнак четвртини пуног угла описаног круга око једнакостраничног четвороугла односно квадрата ($\varphi_1 = 360° / 4 = 90°$).[9] Угао ротације триоле је, за било коју размеру, једнак трећини

8 Композиција је изведена у Музеју савремене уметности у Хјустону (Тексас, Сједињене Америчке Државе), 13. новембра 1973. године.

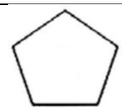
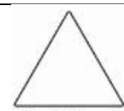
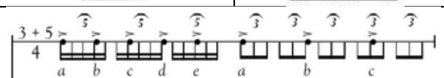
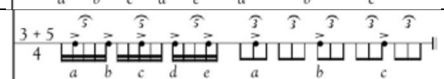
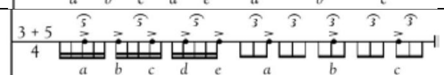
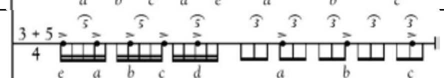
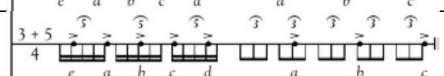
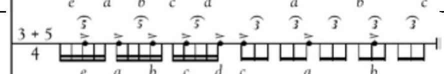
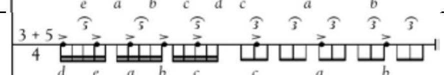
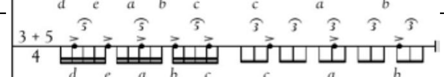
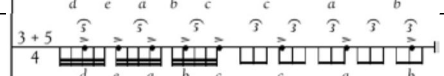
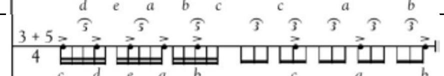
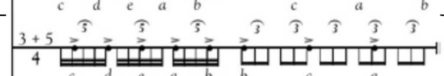
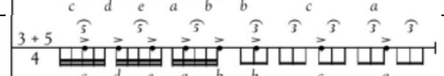
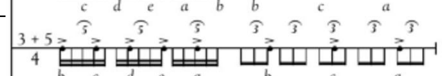
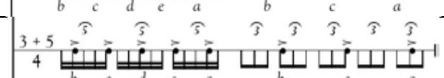
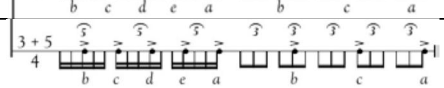
9 Полигонални (квадратни) број 4 јесте број који је полигонално конструисан посредством партиције четирију својих једнаких страница (1 + 1 + 1 + 1), те тако чини специјалан случај правоугаоника тј. квадрат. Спектрални квадрат (правилан полигон) јесте геометријска фигура која је референтна за систем четвртог хармоника спектра. С друге стране, полигонални (троугаони

Табела 4а. Централна ротација квадрата и једнакостраничног троугла у сексвитерцијалној размери (4:3); $0^0 = 360^0$

increments	ω_1			ω_2	increments
I	0^0			0^0	I
II	30^0			30^0	II
III	60^0			60^0	III
IV	90^0			90^0	IV
V	120^0			120^0	V
VI	150^0			150^0	VI
VII	180^0			180^0	VII
VIII	210^0			210^0	VIII
IX	240^0			240^0	IX
X	270^0			270^0	X
XI	300^0			300^0	XI
XII	330^0			330^0	XII

У осенченим пољима, углови фазних помераја (ω) подударају се с угловима ротације (φ). Параметри за квадрат: $a = 3/4$ ($a = b = c = d$); Параметри за троугао: $a = 4/3$ ($a = b = c$)

Табела 4b. Централна ротација правилног петоугла и једнакостраничног троугла у супербипартитној размери (5:3); $0^0 = 360^0$

increments	ω_1			ω_2	increments
I	0^0			0^0	I
II	24^0			24^0	II
III	48^0			48^0	III
IV	72^0			72^0	IV
V	96^0			96^0	V
VI	120^0			120^0	VI
VII	144^0			144^0	VII
VIII	168^0			168^0	VIII
IX	192^0			192^0	IX
X	216^0			216^0	X
XI	240^0			240^0	XI
XII	264^0			264^0	XII
XIII	288^0			288^0	XIII
XIV	312^0			312^0	XIV
XV	336^0			336^0	XV

У осенченим пољима, углови фазних помераја (ω) подударају се с угловима ротације (φ). Параметри за петоугао: $a = 3/5$ ($a = b = c = d = e$); Параметри за троугао: $a = 5/3$ ($a = b = c$).

пуног угла описаног круга око једнакостраничног троугла (φ_2 = 360° / 3 = 120°).

За разлику од угла ротације, постоји и *фазни угао* (ω) који се мери у односу на избор пројекције одређене спектралне пропорције. Ако се квартола ротирала у сесквитерцијалној размери, а узимајући у обзир производ дистрибуције (3 • 4) референтне ритмичке јединице (ритмичка шеснаестина), тај се производ сада дели од пуног угла: (ω_1 = 360° / 12 = 30°). Тако долазимо до закључка да је приликом ротације квартоле дошло до дванаест фазних помераја (*инкремената*) и четири ротациона помераја. Прецизније, могли бисмо да кажемо да угао ротације квартоле (φ_1 = 90°) вреди за три фазна помераја односно три инкремента (ω_1 = φ_1 / 3 = 90° / 3 = 30°) у метро-ритмичкој пројекцији сесквитерцијалне размере. С друге стране, опет узимајући у обзир производ дистрибуције (3 • 4), али сада за триолу (триолска осмина), долазимо до закључка да угао ротације триоле (φ_2 = 120°) вреди за четири фазна помераја или четири инкремента (ω_2 = φ_2 / 4 = 120° / 4 = 30°) у метро-ритмичкој пројекцији сесквитерцијалног односа. Приликом ротације триоле, а за разлику од ротације квартоле, дошло је, такође, до дванаест фазних помераја односно дванаест инкремената, али само до три ротациона помераја. Ротациони померај квартоле вреди за три инкремента, док ротациони померај триоле вреди за четири инкремента.

Фазни помераји ($\omega_{1,2}$) за сесквитерцијалну размеру (4:3) чине количник референтног угла ротације трећег хармоника (120°) са редним бројем четвртог хармоника (4), односно, количник референтног угла ротације четвртог хармоника (90°) са редним бројем трећег хармоника (3).

$\omega_{1,2}$ = 120°/4 = 90°/3 = 30° ($\omega_1 = \omega_2$) Погледати табелу (4а).

Гореописани принцип метро-ритмичке ротације, који је важио за сесквитерцијалну пројекцију, може се остварити за било који интервалски однос двају хармоника. Осврнимо се на супербипартитну пројекцију спектралног интервала (5:3). Угао ротације квинтоле је за било коју размеру једнак петини пуног угла описаног круга око једнакостраничног петоугла: (φ_1 = 360° / 5 = 72°). Као што смо већ рекли, угао ротације триоле је за било коју размеру (па и за ову о којој је реч) једнак трећини пуног угла описаног круга око једнакостраничног троугла (φ_2 = 360° / 3 = 120°).

Ако се квинтола ротирала у супербипартитној размери (5:3), а узимајући у обзир производ дистрибуције (3 • 5) референтне ритмичке јединице (квинтолска шеснаестина), тај се производ сада дели од пуног угла: (ω_1 = 360° / 15 = 24°). Тако долазимо до закључка да је приликом ротације квинтоле дошло до петнаест фазних помераја (инкремената) и пет ротационих помераја. Прецизније, могли бисмо да кажемо да угао ротације квинтоле (φ_2 = 72°) вреди за три фазна помераја односно три инкремента (ω_1 = φ_1 / 3 = 72° / 3 = 24°) у метро-ритмичкој пројекцији

или шестоугаони) број 6 био би број који се такође може полигонално (квадратно!) конструисати посредством партиције четирију својих страница (1 + 1 + 2 + 2). Ово би био спектрални правоугаоник или геометријска фигура која је референтна за систем шестог хармоника спектра.

супербипартитне размере (5:3). С друге стране, опет узимајући у обзир производ дистрибуције (3 • 5), али сада за триолу (триолска осмина), долазимо до закључка да угао ротације триоле (120°) вреди за пет фазних помераја или пет инкремената ($\omega_2 = \varphi_2$ / 5 = 120° / 5 = 24°) у метро-ритмичкој пројекцији супербипартитне размере (5:3). Приликом ротације триоле, а за разлику од ротације квинтоле, дошло је, такође, до петнаест фазних помераја односно петнаест инкремената, али само до три ротациона помераја. Ротациони померај квинтоле вреди за три инкремента, док ротациони померај триоле вреди за пет инкремената.

Фазни помераји ($\omega_{1,2}$) за супербипартитну размеру (5:3) чине количник референтног угла ротације петог хармоника (72°) са редним бројем трећег хармоника (3), односно, количник референтног угла ротације трећег хармоника (120°) са редним бројем петог хармоника (5).

$\omega_{1,2}$ = 120°/5 = 72°/3 = 24° ($\omega_1 = \omega_2$) Погледати табелу (4b).

Као што је већ речено, угао ротације квартоле је за било коју размеру једнак четвртини пуног угла описаног круга око квадрата (360° / 4 = 90°). Угао ротације квинтоле је за било коју размеру једнак петини пуног угла описаног круга око једнакостраничног петоугла: (360° / 5 = 72°). Тако би фазни помераји ($\varphi_{1,2}$) за сесквикартну размеру (5:4) чинили: (а) количник референтног угла ротације петог хармоника (72°) са редним бројем четвртог хармоника (4), и, (б) количник референтног угла ротације четвртог хармоника (90°) са редним бројем петог хармоника (5).

$\omega_{1,2}$ = 72°/4 = 90°/5 = 18° ($\omega_1 = \omega_2$)

Угао ротације је угао у којем се једна страница троугла односно темпорална дуж која дели два акцента (темена) на метричкој површи преслика на њој суседну страницу. Код једнакостраничног троугла, у првој фази ротације, страница *a* се преслика на страницу *b*, страница *b* на страницу *c*, а страница *c* на страницу *a*. У следећој ротационој фази страница *b* се преслика на страницу *c*, страница *c* на страницу *a*, а страница *a* на страницу *b*; да би се у последњој (трећој) ротационој фази страница *c* пресликала на страницу *a*, страница *a* на страницу *b*, а страница *b* на страницу *c*. С обзиром на то да има три ротациона помераја, пун угао (360°) смо поделили на три једнака дела (360°/3). Угао ротације једнакостраничног троугла који износи 120° је зато константан. С друге стране, фазни се угао последично мења изоштравањем ритмичке резолуције, али се мења и избором нове темпоралне дужи која дели два акцента (темена) на метричкој површи. Тако смо у сесквитерцијалној размери (4:3), где је страница *a* = 4/3 (и где важи једнакост страница једнакостраничног троугла: *a*=*b*=*c*) идентификовали фазни померај (инкремент) под углом од 30°. Већ у супербипартитној размери (5:3), где је страница *a* = 5/3 (и где такође важи једнакост страница) фазни померај је идентификован под углом од 24°. Ако бисмо већ у сесквитерцијалној размери (4:3) изоштрили ритмичку резолуцију, те страницу *a* описали као *a* = 8/6, инкремент бисмо идентификовали под оштријим углом (15°) па би ротациони померај вредео за осам инкремената. И у супербипартитној размери (5:3) ако бисмо изоштрили ритмичку резолуцију, те страницу *a* описали као *a* = 10/6, инкремент бисмо идентификовали под још оштријим углом (12°), а ротациони померај би вредео, сада, за десет инкремената. Примећујемо да број инкремената до следећег ротационог помераја зависи од бројиоца у разломачкој констелацији.[10]

Хемиолске групе дистрибуирају се на једнаке ритмичке јединице. Триолу могу да чине три триолске шеснаестине, три триолске осмине, и тако даље; квинтолу може да чини пет квинтолских шеснаестина, пет квинтолских осмина и тако даље. Међутим, како је циљ овог метро-ритмичког истраживања усмерен на испитивање идентификација геометријских фигура у равни, не може се пренебрегнути чињеница да сем правилних хемиолских група које би чиниле пројектоване правилне музичке полигоне (многоуглове), постоје и неправилне хемиолске групе. Примери неправилних хемиолских група били би везани за неправилне полигоне. Једнакокраки или разностранични троуглови су у односу на једнакостраничан троугао – неправилни. Они се у метро-ритмичкој равни могу конструисати, а што је још важније, на њих се могу извршити све изометријске трансформације, укључујући и централну ротацију.[11]

4. Централна ротација једнакокраких и разностраничних музичких троуглова

Први једнакокраки троугао јавља се у референтном систему петог хармоника спектра. Према обиму петог хармоника (5), а према партицији броја 5 коју чине следеће три супституције страница: (а) (1 + 2 + 2); или (б) (2 + 1 + 2); (в) или: (2 + 2 + 1) овај спектрални троугао садржи следеће углове: (1) $\alpha = 75.522° = 75° 31' 21''$ = 1.318 rad; (2) $\beta = 28.955° = 28° 57' 18''$ = 0.505 rad; и (3) $\gamma = 75.522° = 75° 31' 21''$ = 1.318 rad. С обзиром на то да су сви углови оштри, овај једнакокраки троугао, референтан за пети хармоник спектра, јесте оштроугли. Приметили смо да се ротација (или ротациони померај) једнакостраничног троугла врши у три једнаке фазе. Увид у једнаке темпоралне дужине фаза пружа нам једнак број инкремената у оквиру њих. При ротацији једнакокраких троуглова, *две фазе ће бити једнаке међу собом (садржаће исти број инкремената)*, а *трећа ће*, у односу на њих, *бити дужа или краћа (број инкремената ће бити већи или мањи)*. Приликом ротирања

10 Нису све метричке дужине погодне за испитивање количине фазних помераја унутар једне фазе ротације. Оне дужине код којих се на нивоу изоштравања ритмичке резолуције најбоље уочава прираст инкремената (прираст исказан целим бројевима) јесу дужине које су резултат целог броја датог разломка, на пример: 3/3, 4/4, 5/5 и тако даље, или: 6/3, 8/4, 10/5 и слично.

11 У даљем тексту, узећемо за пример два једнакокрака музичка троугла (оштроугли и тупоугли) и један разностранични. Нећемо их посматрати унутар пропорције двају хармоника, него изоловано.

разностраничног троугла, *све три фазе ће бити различите*, што значи да ће сваки ротациони померај имати *неједнак број инкремената*. Углови ротационог помераја се, код једнакокраког троугла (конкретно троугла који је референтан за пети хармоник спектра 1 + 2 + 2), израчунавају на следећи начин:

$\varphi_{1,2} = 180° – (2\beta) / 2 = 180° – \beta = 180° – 28.9550243719° = 151.0449756281°$
$\varphi_{1,2} = 151°\ 02'\ 42''$ или $(\varphi_1 = 2\alpha)$ односно $(\varphi_2 = 2\gamma)$ уз услов да је: $\alpha = \gamma$.
$\varphi_3 = 360° – 2\varphi_1 = 360° – 2 \bullet 151.0449756281° = 360° – 302.0899512562° = 57.9100487438°$
$\varphi_3 = 57°\ 54'\ 36''$ или $(\varphi_3 = 2\beta)$ уз услов да: $\beta \neq \alpha$, односно $\beta \neq \gamma$.

Углови: $\varphi_{1,2}$ (151° 02' 42''), и φ_3 (57° 54' 36''), јесу углови ротационог помераја. Туп угао ($\varphi_{1,2}$) важиће за две дуже ротационе фазе, а оштар угао (φ_3) за преосталу краћу фазу. Ако узмемо у обзир производ дистрибуције (3 • 5), за триолу која више није правилан полигон већ је једнакокраки троугао (1 + 2 + 2), странице ћемо представити производом референтне ритмичке јединице (1 • 3 + 2 • 3 + 2 • 3, тј. 3 + 6 + 6).[12] Овако долазимо до закључка да два тупа угла ротације ($\varphi_{1,2}$) ове неправилне (једнакокраке) триоле сада вреде за дванаест (два пута по шест) инкремената ($\omega_{1,2} = 151°\ 02'\ 42'' / 6 = 25°\ 10'\ 27''$). Један, преостали, оштар угао ротације (φ_3) вредеће за три фазна помераја или три инкремента ($\omega_3 = 57°\ 54'\ 36'' / 3 = 19°\ 18'\ 12''$).

$\omega_{1,2} = \varphi_1 / 6 = \varphi_2 / 6 = 151°\ 02'\ 42'' / 6 = 25°\ 10'\ 27''$
$\omega_3 = \varphi_3 / 3 = 57°\ 54'\ 36'' / 3 = 19°\ 18'\ 12''$
$\omega_1 = \omega_2$; $\omega_1 \neq \omega_3$; $\omega_2 \neq \omega_3$ Погледати табелу (5).

Први тупоугли једнакокраки троугао јавља се у референтном систему седмог хармоника спектра.[13] Према обиму седмог хармоника (7), а према партицији броја 7 коју чине следеће три супституције страница: (а) (2 + 2 + 3); (б) или (2 + 3 + 2); (в) или: (3 + 2 + 2) овај спектрални троугао садржи следеће углове: (1) $\alpha = 41.409° = 41°\ 24'\ 35'' = 0.723$ rad; (2) $\beta = 97.180° = 97°\ 10'\ 51'' = 1.696$ rad; и (3) $\gamma = 41.409° = 41°\ 24'\ 35'' = 0.723$ rad. С обзиром на то да је један угао туп, овај једнакокраки троугао, референтан за седми хармоник спектра, јесте тупоугли. Углови ротационог помераја се, код једнакокраког троугла (конкретно троугла који је референтан за седми хармоник спектра 2 + 2 + 3), израчунавају на следећи начин:

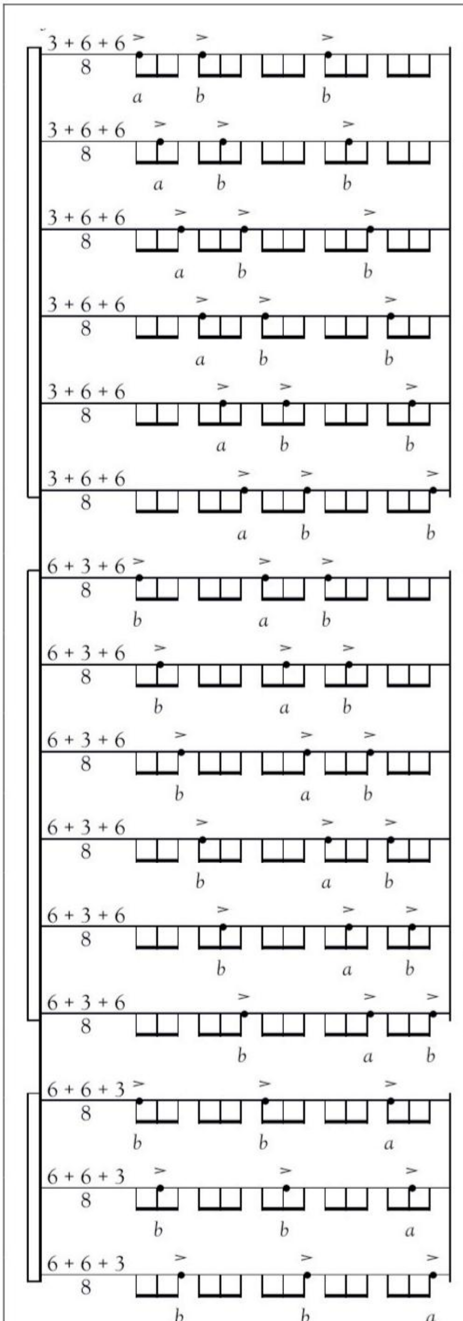
12 Број инкремената је свакако могао да буде и већи, ако би се ритмичка резолуција изоштрила. Избором ритмичке шеснаестине с којим би се странице представиле четвороструким производом (4 + 8 + 8) растао би и број инкремената, а фазни углови би били оштрији.

13 Према обиму седмог хармоника (7), а према партицији броја 7, остварљив је и оштроугли једнакокраки троугао који би чиниле следеће три супституције страница: (а) (1 + 3 + 3); или (б) (3 + 1 + 3); (в) или: (3 + 3 + 1).

Табела 5. Ротација једнакокраког оштроуглог музичког троугла (једнакокраке оштроугле триоле) петог хармоника спектра (*a b b*)

(*a* = *b*/2) или (*b* = 2*a*). Угао ротације: $\varphi_{1,2} = 151^0\ 02'\ 42''$, $\varphi_3 = 57^0\ 54'\ 36''$.

Угао фазног померајa: $\omega_{1,2} = 25^0\ 10'\ 27''$, $\omega_3 = 19^0\ 18'\ 12''$.



(φ_1) 0^0	I
$25^0\ 10'\ 27''$	II
$50^0\ 20'\ 54''$	III
$75^0\ 31'\ 21''$	IV
$100^0\ 41'\ 24''$	V
$125^0\ 52'\ 12''$	VI
(φ_2) $151^0\ 02'\ 42''$	VII
$176^0\ 13'\ 09''$	VIII
$201^0\ 23'\ 35''$	IX
$226^0\ 34'\ 03''$	X
$251^0\ 44'\ 30''$	XI
$276^0\ 54'\ 57''$	XII
(φ_3) $302^0\ 05'\ 24''$	XIII
$321^0\ 23'\ 36''$	XIV
$340^0\ 41'\ 48''$	XV

$\varphi_{1,2} = 180° – (2\beta) / 2 = 180° – \beta = 180° – 97.1807557815° = 82.8192442185°$
$\varphi_{1,2} = 82° 49' 09''$ или ($\varphi_1 = 2\alpha$) односно ($\varphi_2 = 2\gamma$) уз услов да је: $\alpha = \gamma$.
$\varphi_3 = 360° – 2\varphi_1 = 360° – 2 \cdot 82.8192442185° = 360° – 165.638488437° = 194.361511563°$
$\varphi_3 = 194° 21' 41''$ или ($\varphi_3 = 2\beta$) уз услов да: $\beta \neq \alpha$, односно $\beta \neq \gamma$.

Углови: $\varphi_{1,2}$ (82° 49' 09''), и φ_3 (194° 21' 41''), јесу углови ротационог помераја. Оштар угао ($\varphi_{1,2}$) важиће за две краће ротационе фазе, а туп угао (φ_3) за преосталу дужу фазу. Ако узимемо у обзир производ дистрибуције (3 • 7), за триолу која више није правилан полигон већ је једнакокраки троугао (2 + 2 + 3), странице ћемо представити производом референтне ритмичке јединице (2 • 3 + 2 • 3 + 3 • 3, тј. 6 + 6 + 9).[14] Овако долазимо до закључка да два оштра угла ротације ($\varphi_{1,2}$) ове (једнакокраке тупоугле) триоле сада вреде за дванаест (два пута по шест) инкремената ($\omega_{1,2}$ = 82° 49' 09'' / 6 = 13° 48' 12''). Један, преостали, туп угао ротације (φ_3) вредеће за девет фазних помераја или девет инкремента (ω_3 = 194° 21' 41'' / 9 = 21° 35' 45'').

$\omega_{1,2} = \varphi_1 / 6 = \varphi_2 / 6 = 82° 49' 09'' / 6 = 13° 48' 12''$
$\omega_3 = \varphi_3 / 3 = 194° 21' 41'' / 9 = 21° 35' 45''$
$\omega_1 = \omega_2$; $\omega_1 \neq \omega_3$; $\omega_2 \neq \omega_3$ Погледати табелу (6).

Иако се први разностранични спектрални троугао образовао тек у референтном систему деветог хармоника спектра (2 + 3 + 4), за пример централне ротације, ипак ћемо узети троугао Прве Питагорине тројке (3 + 4 + 5) – троугао који би био референтан за дванаести хармоник спектра. Као што је већ речено, број инкремената ће за сваку фазу ротације бити другачији. Према обиму дванаестог хармоника (12), а према партицији броја 12 коју чине следећих шест супституција страница: (а) (3 + 4 + 5); или (б) (3 + 5 + 4); (в) или: (4 + 5 + 3); (г) (4 + 3 + 5); или (д) (5 + 3 + 4); (ђ) или: (5 + 4 + 3), овај спектрални троугао садржи следеће углове: (1) α = 36.87° = 36° 52' 12'' = 0.644 rad; (2) β = 53.13° = 53° 07' 48'' = 0.927 rad; и (3) γ = 90° = 90° = 1.571 rad.

Углови ротационог помераја се, код разностраничног троугла (конкретно троугла који је референтан за дванаести хармоник спектра 3 + 4 + 5), израчунавају на следећи начин:

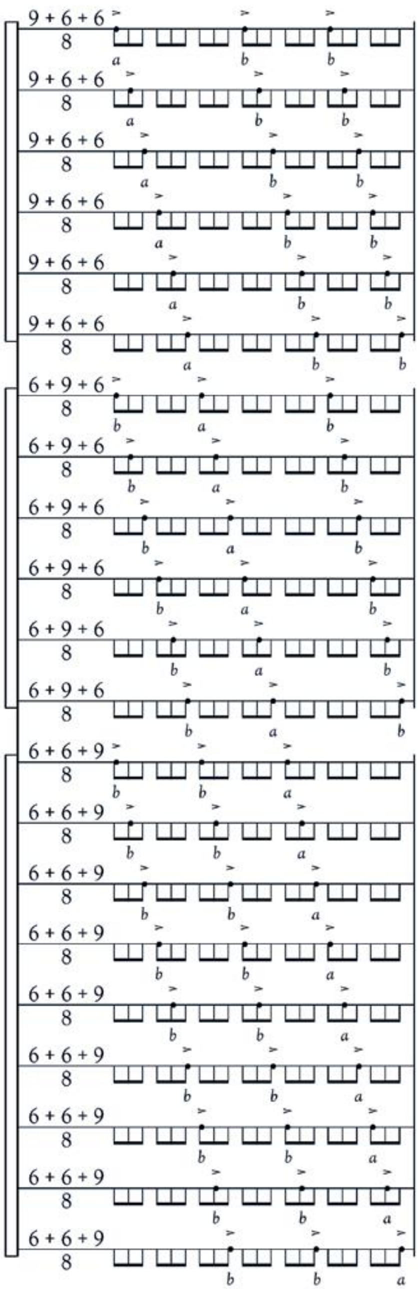
$\varphi_1 = 2\alpha = 2 \cdot 36.8698976458° = 73.7397952916°$
$\varphi_1 = 73° 44' 23''$ или ($\varphi_1 = 2\alpha$) уз услов да је: $\alpha \neq \beta$, $\alpha \neq \gamma$.
$\varphi_2 = 2\beta = 2 \cdot 53.1301023542° = 106.2602047084°$
$\varphi_2 = 106° 15' 37''$ или ($\varphi_2 = 2\beta$) уз услов да је: $\beta \neq \alpha$, $\beta \neq \gamma$.
$\varphi_3 = 2\gamma = 2 \cdot 90° = 180°$
$\varphi_3 = 180°$ или ($\varphi_3 = 2\gamma$) уз услов да је: $\gamma \neq \alpha$, $\gamma \neq \beta$.

14 Број инкремената је свакако могао да буде и већи, ако би се ритмичка резолуција изоштрила. Избором ритмичке шеснаестине с којим би се странице представиле четвороструким производом (8 + 8 + 12) растао би и број инкремената, а фазни углови би били оштрији.

Табела 6. Ротација једнакокраког тупоуглог музичког троугла (једнакокраке тупоугле триоле) седмог хармоника спектра (*a b b*)

(*a* = 3*b* / 2) или (*b* = 2*a* / 3). Угао ротације: $\varphi_{1,2}$ = 82⁰ 49’ 09’’, φ_3 = 194⁰ 21’ 41’’.

Угао фазног померaја: $\omega_{1,2}$ = 13⁰ 48’ 12’’, ω_3 = 21⁰ 35’ 45’’.



(φ_1) 0^0	I
13^0 48’ 12’’	II
27^0 36’ 23’’	III
41^0 24’ 35’’	IV
55^0 12’ 46’’	V
69^0 00’ 58’’	VI
(φ_2) 82^0 49’ 09’’	VII
96^0 37’ 21’’	VIII
110^0 25’ 32’’	IX
124^0 13’ 44’’	X
138^0 01’ 55’’	XI
151^0 50’ 07’’	XII
(φ_3) 165^0 38’ 19’’	XIII
187^0 14’ 04’’	XIV
208^0 49’ 48’’	XV
230^0 25’ 33’’	XVI
252^0 01’ 17’’	XVII
273^0 37’ 02’’	XVIII
295^0 12’ 47’’	XIX
316^0 48’ 31’’	XX
338^0 24’ 15’’	XXI

Ако узмемо у обзир производ дистрибуције (3 • 12), за триолу која је разностранични троугао (3 + 4 + 5), странице ћемо представити производом референтне ритмичке јединице (3 • 3 + 3 • 4 + 3 • 5, тј. 9 + 12 + 15).[15]

$\omega_1 = \varphi_1 / 9 = 73° 44' 23'' / 9 = 8° 11' 36''$
$\omega_2 = \varphi_2 / 12 = 106° 15' 37'' / 12 = 8° 51' 18''$
$\omega_3 = \varphi_3 / 15 = 180° / 15 = 12°$
$\omega_1 \neq \omega_2 ; \omega_1 \neq \omega_3 ; \omega_2 \neq \omega_3$

5. Примена централне ротације хоризонталних хемиола у композиционом процесу

Сви наведени примери ротационог кретања хоризонталних хемиолских група налазе своју конструктивну примену у композиционом раду.

За директну изометрију, каква је централна ротација једног правилног петоугла, наводим пример из композиције *Лијане за две барокне виолине, барокну виолу, виолу да гамбу и чембало* (2018).[16] У деоници да гамбе темпорално је описано свих пет страница правилног петоугла зато што је изабрана референтна ритмичка јединица (квинтолска шеснаестина) за конструкцију пентагона. У осталим гудачким деоницама, поједине странице су изостављене избором не-референтних ритмичких јединица (ритмичке шеснаестине у деоници прве виолине, ритмичке осмине у деоници виоле, или триолске осмине у деоници друге виолине). У такту пред партитурни број 8, свака страница пентагона почиње на јаком тактовом делу празном жицом, и акцентована је. Инкременти могу да се прате директно од првог такта у партитурном броју 8.

На основу графичког описа правилног полигона у којем је интерполирана метричка основа може да се образује метро-ритмичка скица у којој се од извођача захтева да је својевољно надогради фреквенцама, динамиком и артикулацијом. За пример наводим своју композицију из *Треће свеске Мимикрија* (2017). Реч је о полу-отвореној композицији за два гласа. Композицију чине строфе у којима се метро-ритмичка скица секвенцира аритметичким низом. Строфе чине стихови. У конкретном примеру, строфа садржи три стиха (терцет). Стихови чине пројекцију одређене спектралне размере, те су подељени на два полустиха. Полустихови чине пројектовани хармоник понаособ унутар задате пропорције.[17]

15 Број инкремената је свакако, и у овом случају, могао да буде и већи, ако би се ритмичка резолуција изоштрила. Избором ритмичке шеснаестине с којим би се странице представиле четвороструким производом (12 + 16 + 20) растао би и број инкремената, а фазни углови би били оштрији.

16 Погледати такт пред партитурни број 8 и прва четири такта у наведеном партитурном броју (видети пример 1).

17 Пример једног седмерца била би пројекција сексвитерцијалне пропорције (4 + 3) где акценти описују слогове унутар стиха. Пример једног дванаестерца била би пројекција једнаке размере (6 + 6), где акценти такође описују слогове унутар стиха.

Други стих почиње другим фазним померајем, док трећи стих почиње трећим фазним померајем (видети пример 2).

Почетак мимикрије условљава одабир интервала из комбинације појединачне класе одређеног хармоника спектра. Класу чини скуп елемената највиших хармоника у свакој спектралној пропорцији посебно. Број комбинација *k*–те класе *n*–точланог скупа једнак је:

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n\,!}{k\,!\,(n-k)\,!}$$

Општепозната математичка формула из комбинаторике овде је искоришћена за преглед бројевних комбинација унутар референтног система одређеног хармоника. Словом *n* обележен је хармоник, а словом *k* обележен је број чланова из скупа. Рецимо, поделимо ли факторијел петог хармоника (5!) с производом факторијела двочланог скупа (2!) и факторијелом њихове међусобне разлике: (5–2)!, добили бисмо тачно 10 интервалских комбинација:

$$\binom{5}{2} = \frac{5\,!}{2\,!\cdot(5-2)\,!} = \frac{120}{12} = 10$$

односно: (а) $\underline{1\ 2}$ 3 4 5; (б) $\underline{1}$ 2 $\underline{3}$ 4 5; (в) $\underline{1}$ 2 3 $\underline{4}$ 5; (г) $\underline{1}$ 2 3 4 $\underline{5}$; (д) 1 $\underline{2\ 3}$ 4 5;

(ђ) 1 $\underline{2}$ 3 $\underline{4}$ 5; (е) 1 $\underline{2}$ 3 4 $\underline{5}$; (ж) 1 2 $\underline{3\ 4}$ 5; (з) 1 2 $\underline{3}$ 4 $\underline{5}$; (и) 1 2 3 $\underline{4\ 5}$.

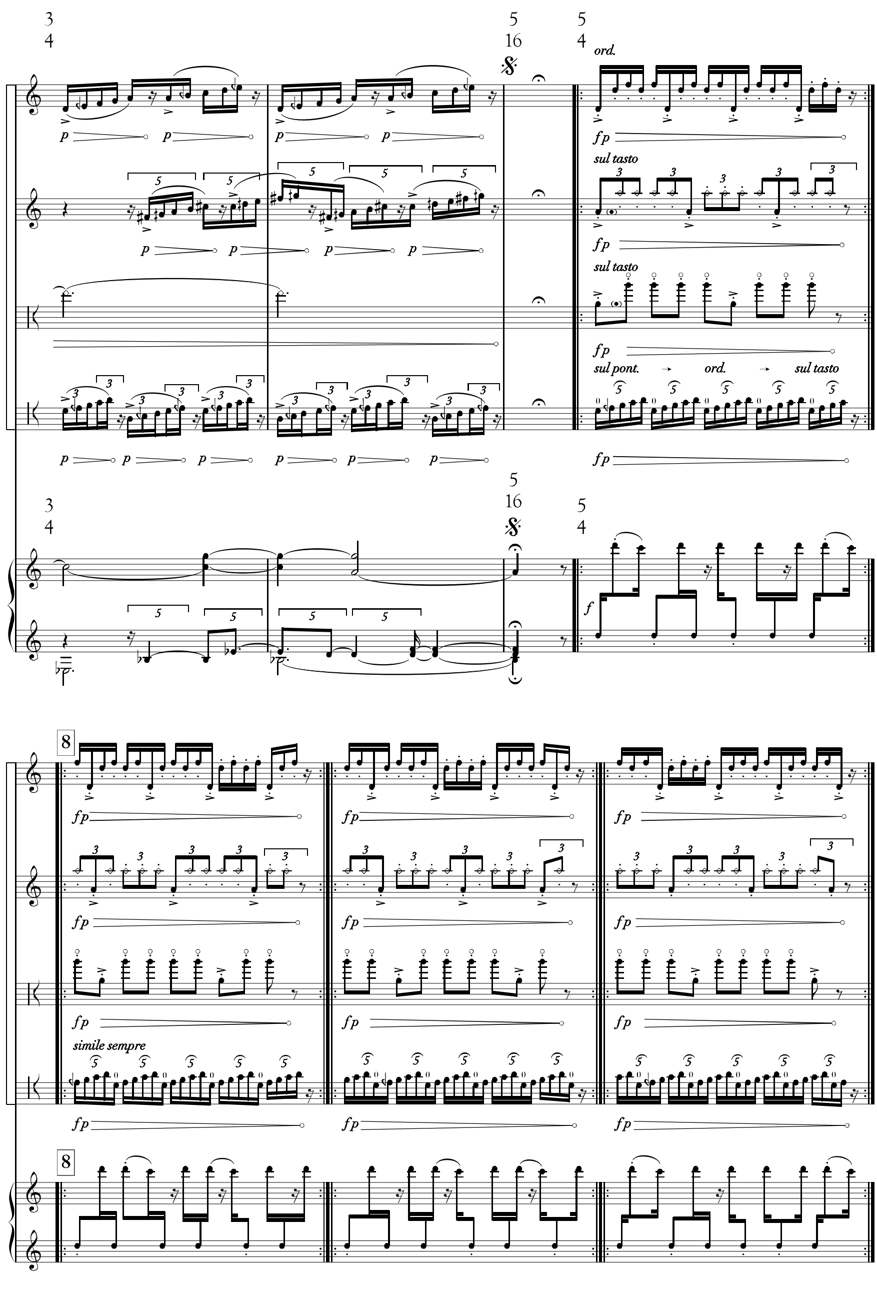
Спектрални интервали за први глас јесу: октава (2 : 1), квинт-децима (4 : 1) и децима (5 : 2). Изабране су комбинације: (а), (в) и (е). Редним бројем именује се класа, а тај број чини збир виших хармоника у свакој комбинацији понаособ. За први бројевни низ коришћени су интервали из XI класе елемената (2 + 4 + 5) петог хармоника спектра. Избор првих спектралних интервала се не користи у композицији, и, ово правило важи за преостали глас (или гласове ако би било речи о вишегласу). Збирови (2 + 1), (4 + 1), и (5 + 2) појединачних спектралних односа (односно: 3, 5 и 7) чине први бројевни низ, за први глас. У вишегласу, избор интервала се врши у другом или неком вишем бројевном низу првог гласа, тако да се ствара утисак да други (*n*-ти) глас „касни" за претходним. Спектрални интервали за други глас су: квинт-децима (4 : 1), кварта (4 : 3), и велика терца (5 : 4). Изабране су комбинације: (в), (ж) и (и). За други бројевни низ коришћени су интервали из IX класе елемената (4 + 5) петог хармоника спектра. Збирови појединачних спектралних односа (5, 7 и 9) чине први бројевни низ, за други глас; те, примећујемо да одговарају збировима појединачних спектралних односа за први глас (3 : 2 што је 3 + 2; 5 : 2 што је 5 + 2; и, 6 : 3 што је 6 + 3), у другој строфи.

6. Закључак

Као што је већ наглашено у уводу овог текста, геометријска фигура као пројектована метро-ритмичка консеквенца спектралних пропорција, постаје средство за компоновање дела, као темпорални знак односно – симбол, а што се покушало и доказати кроз приложене анализе. Аналитички увид кроз сагледавање геометријске фигуре у музичком времену, прожето композиционо-уметничком праксом отвара један нови хоризонт у самом чину креирања уметничког дела као таквог. Чин компоновања дела постаје довољно егзактан да може да се прати посредством одређене математичке области, као што су, у случају ротације полигона, планиметрија или тригонометрија.

Прилог

Пример 1: Драган Латинчић, ***Лијане***, парт. бр. 8



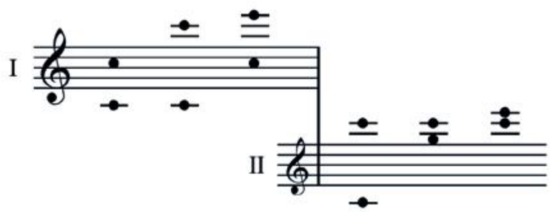

sul tasto
sul pont.
ord.
sul tasto
sul pont.
sul tasto
9
simile sempre

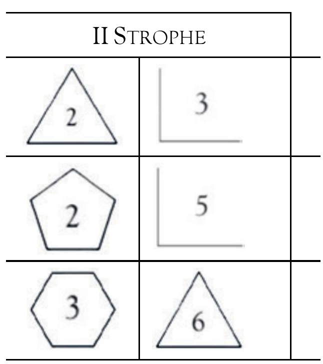
Драган Латинчић, ***Мимикрије*** за два гласа.

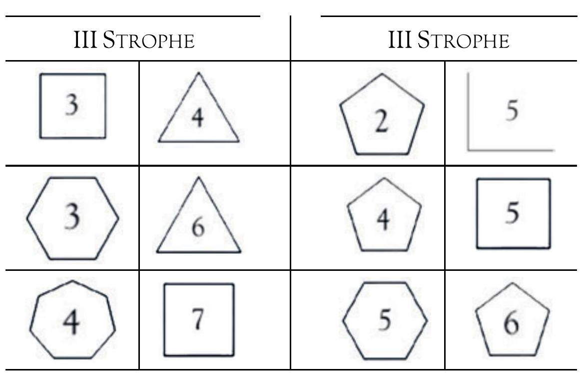
Mimicry for Two Voices

[I voice: (1:2 – 1:4 – 2:5); II voice: (1:4 – 3:4 – 4:5)]

Драган Латинчић (2017)







IV Strophe		IV Strophe	
4	5	3	6
4	7	5	6
5	8	6	7

V Strophe		V Strophe	
5	6	4	7
5	8	6	7
6	9	7	8

VI Strophe		VI Strophe	
6	7	5	8
6	9	7	8
7	10	8	9

Листа референци

Agawu, Kofi V. (2003) *Representing African Music: Postcolonial Notes, Queries, Positions,* New York: Routledge.

Gika, Matila (1987) *Filozofija i mistika broja.* Branimir Šešelja (prev.), Novi Sad: Književna zajednica Novog Sada.

Gostuški, Dragutin (1968) *Vreme umetnosti*, Beograd: Prosveta.

Hein, Ethan and Srinivasan, Sumanth (2019) „The Groove Pizza". In Simon Holland et al. (eds.) *New Directions in Music and Human-Computer Interaction*, Cham: Springer, 71–94.

Latinčić, Dragan (2014) *Batal, preludijumi za gudački orkestar*, doktorski umetnički projekat. *Primena mikrotonalnosti (a) u instrumentalnoj bliskoistočnoj i balkanskoj muzici folklorne provenijencije, te (b) u instrumentalnoj, kamernoj i orkestarskoj muzici akustičkog tipa u savremenoj zapadnoj umetničkoj muzici (pokušaj zasnivanja jedne autonomne stvaralačko-kompozitorske koncepcije)*, teorijski deo doktorskog umetničkog projekta, Fakultet muzičke umetnosti, Univerzitet umetnosti u Beogradu. / Латинчић, Драган (2014) *Батал, прелудијуми за гудачки оркестар*, докторски уметнички пројекат. *Примена микротоналности (а) у инструменталној блискоисточној и балканској музици фолклорне провенијенције, те (б) у инструменталној, камерној и оркестарској музици акустичког типа у савременој западној уметничкој музици (покушај заснивања једне аутономне стваралачко-композиторске концепције)*, теоријски део докторског уметничког пројекта, Факултет музичке уметности, Универзитет уметности у Београду.

Latinčić, Dragan (2015) *Mikrointervali u spektralnoj geometriji*, Beograd: Zadužbina Andrejević. / Латинчић, Драган (2015) *Микроинтервали у спектралној геометрији*, Београд: Задужбина Андрејевић.

Latinčić, Dragan (2015) *Spektralna trigonometrija (zasnivanje univerzalne muzičko-matematičke analize)*, Beograd: Zadužbina Andrejević. / Латинчић, Драган (2017) *Спектрална тригонометрија (заснивање универзалне музичко-математичке анализе)*, Београд: Задужбина Андрејевић.

Vendriks, Filip (2005) *Muzika u renesansi.* Ana Stefanović (prev.), Beograd: Clio.

Dragan Latinčić

Central Rotation of Regular (and Irregular) Musical Poligons

(Summary)

The application of central rotation to the projected metro-rhythmic entities of the harmonics of the spectrum presents the continuation of the study of possibilities of music-mathematical analysis primarily through the prism of planimetry and trigonometry. The text assumes that polygonal lines from the reference systems of the individual harmonics of the spectrum can be represented by integers. Accordingly, geometric figures (polygons) could be identified and defined

according to the extent of the harmonics of the spectrum, while the newly acquired spectral geometric figures would be structured by means of a partition.

The principle of polygonal structuring of harmonics expressed in integer is elaborated below. For example, polygonal (triangular) number 3 (which would be the reference for the third harmonic) is also a number that is polygonally constructed by partitioning three of its equal sides (1 + 1 + 1), thus forming an equilateral triangle. However, numbers 5 or 7 are not triangular numbers, although they can become numbers that are polygonal (triangular) constructed by partitioning three of their elements (pages) as follows: (a) for number 5: (2 + 1 + 2); and, (b) for number 7: (1 + 3 + 3) or (2 + 2 + 3). Accordingly, in the reference system of the fifth harmonic of the spectrum it is possible to form (spectral) isosceles (sharp) triangles, and in the reference system of the seventh harmonic of the spectrum it is possible to form (even) two (spectral) isosceles triangles - the first would be sharp-angled while the second would be obtuse. With this observation, a method can be developed for polygonal number construction (harmonics), in which the aim would be, above all, for the elements to serve as homothetically growing shapes, both regular and irregular (musical) polygons.

Hemiol groups are generally regarded as regular polygons. The text describes how the choice of a rhythmic unit of reference influences the structuring of a hemiol on any metric platform. With regular polygons, which are a reference for each harmonic individually, the principle of rhythmic rotability can be realized by means of isometric transformation, in particular – central rotation. This principle is valuable because we find its etymological roots in the folklore rhythm of Central African and West African music. It is achieved by "moving" the accents that make up the geometric figure (regular polygon) to the adjacent rhythmic unit in the direction: left or right. The temporal along from one accent to another is the site of a regular polygon. This gives the impression of temporal kinematics of an isolated sound entity.

This metro-rhythmic investigation is also aimed at examining the identification of irregular geometric figures in a plane. Examples of irregular hemiol groups are associated with irregular polygons – isosceles and scalene triangles. They can be constructed in the metro-rhythmic plane, and more importantly, all isometric transformations, including central rotation, can be performed on them.

All the above examples of the rotational motion of horizontal hemiol groups find their constructive application in compositional work.

Keywords: rhythm, lambdoma, polygonal number, isometric transformations, central rotation, spectrum, triangle, hemioles, discrete mathematics, partition of numbers, polyphony of the Sub-Saharan region

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

78

МУЗИКОЛОГИЈА : часопис Музиколошког института САНУ = Musicology : journal of the Institute of Musicology SASA / главни и одговорни уредник = editor-in-chief Александар Васић. - 2001, бр. 1- . - Београд : Музиколошки институт САНУ, 2001- (Београд : Скрипта Интернационал). - 25 cm

Полугодишње. - Текст на срп. и више светских језика. - Друго издање на другом медијуму: Музикологија (Online) = ISSN 2406-0976
ISSN 1450-9814 = Музикологија
COBISS.SR-ID 173918727